COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 8 MAI 1843.

PRÉSIDENCE DE M. DUMAS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOMÉTRIE. — *Note relative à la réclamation de* M. Amyot, *et aux observations de* MM. Chasles et Cauchy, *qui y ont donné lieu* (séances des 19 et 24 avril 1843); *par* M. Poncelet.

« L'Académie, dans l'une de ses précédentes séances, a entendu, avec intérêt, le Rapport que M. Cauchy lui a fait, en son nom et en celui de M. Liouville, sur un Mémoire de Géométrie présenté par M. Amyot, et dans lequel ce jeune professeur s'est proposé de rechercher, d'une manière directe et purement analytique, ce qui, dans les surfaces du second degré, peut être l'analogue du foyer et de la directrice des lignes du même degré. Avec sa fécondité ordinaire, notre savant confrère a montré, soit dans le texte même du Rapport, soit dans une série de notes qui s'y trouvent annexées, que la démonstration des nouveaux théorèmes découverts par M. Amyot pouvait être généralisée et étendue, à certains égards, au moyen de considérations analytiques d'un ordre élevé et qui lui sont propres. Les amateurs de cette branche de Mathématiques regretteront néanmoins que, sous ces développements, auxquels je suis le premier à rendre justice, les idées de l'auteur du Mémoire et le caractère de sa méthode aient à certains

égards disparu; car, il est bon ici de le répéter, ce qui intéresse le plus dans l'histoire et la philosophie des sciences, c'est la route par laquelle l'esprit humain est parvenu à la découverte des vérités fondamentales.

» Quoi qu'il en soit, le Rapport de notre savant confrère ayant donné lieu, de la part de M. Chasles, à une réclamation de priorité ou à des observations scientifiques qui ont conduit l'auteur à venir protester, dans la séance suivante, contre toute interprétation qui tendrait à priver ses recherches du mérite de la nouveauté qui les caractérise, et en ferait remonter l'idée à des théories antérieures, je crois de mon devoir de déclarer, dans cette occasion, comme je l'ai fait primitivement en encourageant M. Amyot à présenter son travail à l'Académie, 1° que ses théorèmes sur les *foyers*, les *focales*, les *directrices* et les *plans directeurs* des lignes et surfaces du second degré me semblent tout à fait neufs, et par la marche qui les lui a fait découvrir, et par le caractère même des énoncés; 2° que les propriétés des lignes du second ordre, citées, par M. Cauchy, comme appartenant à M. Chasles, et qui se trouvent exposées aux pages 398 et suivantes du tome III de l'intéressant Journal de notre confrère M. Liouville, n'ont pu servir de point de départ aux nouvelles doctrines, aux nouvelles définitions de M. Amyot, dont même elles n'offrent aucune trace; 3° que ces propriétés et leurs correspondantes, pour les surfaces du second degré, mentionnées dans les observations de M. Chasles, ne sont que des corollaires, des cas particuliers de propriétés plus générales et déjà anciennement connues.

» Pour se convaincre de la vérité de la première de ces assertions, il suffit de remarquer que la proposition revendiquée par M. Chasles et citée dans le Rapport de M. Cauchy, se réduit à ceci :

« *Un cercle quelconque étant tracé dans le plan d'une section conique,*
» *le carré de la tangente à ce cercle, menée par un point quelconque de la*
» *conique, sera au produit des perpendiculaires abaissées de ce point sur*
» *les deux lignes conjointes, dans un rapport constant.* » (Tome IV, page 400, du Journal de M. Liouville.)

» Pour comprendre cet énoncé, il faut savoir que les lignes *conjointes* dont il s'agit, nommées dans d'autres circonstances, par M. Chasles, *axes de symptose,* ne sont autres que les *sécantes, réelles* ou *idéales,* communes à la section conique et au cercle proposés; sécantes dont je me suis d'abord occupé, soit dans un Mémoire présenté en 1818 à l'Académie des Sciences, soit dans le *Traité des Propriétés projectives des figures,* publié en 1822. Il faut observer, en outre, que les propriétés de pareilles sécantes, celles qui en définissent le caractère le plus général, sont indépendantes de la réalité

de leurs communes intersections avec les courbes proposées, et demeurent, en vertu d'un principe fondamental de Géométrie posé pour la première fois dans ces ouvrages, applicables à tous les états par lesquels peuvent passer les grandeurs de la figure, comme, par exemple, lorsque l'une des coniques ou toutes deux se réduisent à des points, à de simples droites ou deviennent complétement imaginaires. C'est ainsi, en particulier, qu'à l'endroit cité du Journal de M. Liouville, M. Chasles, après avoir déduit l'énoncé ci-dessus de la considération des sections sous-contraires dans le cône du second degré, en conclut la propriété corrélative pour le cas où le cercle considéré devient infiniment petit ou se réduit à un point.

» Or, quoiqu'il n'y ait, pour ainsi dire, qu'un pas à faire pour passer, de la propriété de ce point et de ses droites conjointes, à la définition générale des foyers et couples de directrices des coniques, qui font l'objet du Mémoire de M. Amyot, quoique M. Chasles ait pu apercevoir directement, dans le cône, que la coïncidence des deux lignes conjointes faisait retomber sur la définition ordinaire de la directrice et du foyer; cependant, cette généralisation et les conséquences qui en dérivent ne lui sont pas venues à la pensée; et, sans aucun doute, la proposition ci-dessus, relative aux lignes du second degré, serait longtemps encore restée stérile et inaperçue au milieu de tant d'autres exposées dans le Mémoire de M. Chasles, si M. Amyot n'était venu, de prime abord, se poser cette question purement analytique : Existe-t-il, dans l'espace, des points tels, que le carré de leur distance à un point quelconque d'une surface donnée du second degré soit décomposable en deux facteurs des coordonnées de ce dernier point, purement linéaires et, par conséquent, susceptibles de représenter deux plans conjugués à la surface et aux premiers points?

» En second lieu, on peut se convaincre, tout aussi facilement, que le Mémoire de M. Chasles renferme encore moins de traces des définitions et des théorèmes relatifs aux foyers et plans directeurs des surfaces dont il s'agit; tout ce qui a été exposé à ce sujet, dans les pages 831 et 832 du *Compte rendu* de la précédente séance, étant déduit de propriétés dont rien même ne peut faire soupçonner l'énoncé dans ce Mémoire.

» Ainsi, de quelque façon qu'on envisage les choses, l'idée des nouvelles définitions et des nouveaux théorèmes sur les foyers des lignes et des surfaces du deuxième degré, appartient, sans aucune réserve, à M. Amyot. Mais, en venant ici soutenir ses droits à toute priorité, la justice me fait un devoir de déclarer que, dans ma conviction, basée sur une lecture attentive des observations de nos savants confrères, rien n'autorise à croire qu'ils aient eu la

pensée d'amoindrir ou d'obscurcir, en quoi que ce soit, le mérite des recherches géométriques dont il s'agit, bien que les apparences aient fait craindre à leur estimable auteur que les expressions dont s'était particulièrement servi M. Chasles, pussent induire en erreur les personnes peu au fait de la matière.

» Trop souvent, d'ailleurs, il arrive, au détriment du progrès des sciences, que des mots nouveaux servent à cacher des vérités anciennes, et que les inventeurs de ces mots essayent de donner le change à certains lecteurs; mais ce n'est point ici le cas; et, quelle que soit la facilité avec laquelle MM. Cauchy et Chasles sont parvenus à démontrer, à étendre même les bases des nouvelles doctrines de M. Amyot, elle ne saurait, je le répète, en diminuer le mérite scientifique; car il n'est pas moins vrai de dire qu'une simple définition, quand elle renferme une idée nouvelle, un point de doctrine demeuré jusque-là inaperçu, peut devenir la source des plus fécondes découvertes.

» J'en viens maintenant à prouver que les théorèmes de Géométrie qui servent de base aux démonstrations *à posteriori* de M. Chasles, ne sont que de purs corollaires, des cas particuliers d'autres propriétés générales déjà bien connues.

» En effet, notre savant confrère, M. Sturm, dans un intéressant Mémoire inséré aux tomes XVI et XVII des *Annales de Mathématiques* (années 1826 et 1827), a démontré analytiquement, parmi beaucoup d'autres propositions du même genre, cet élégant et nouveau théorème, qui doit être considéré comme fondamental dans la théorie des coniques :

» *Lorsque trois lignes du second ordre, tracées sur un même plan, ont les mêmes intersections communes, soit réelles, soit imaginaires, toute transversale rectiligne les rencontre en six points qui sont en* INVOLUTION, *suivant l'expression de Desargues; c'est-à-dire tels que, si l'on forme les rectangles des segments compris, sur cette transversale, entre l'un quelconque de ces points, appartenant à l'une des trois courbes, et les couples respectifs de ceux qui appartiennent aux deux autres, le rapport de ces rectangles sera égal à celui que l'on obtiendrait en substituant, au premier point, son conjugué dans la première courbe.*

» Menant, d'ailleurs, de l'un quelconque des deux points d'où se mesurent les segments, dans les courbes qui ne leur appartiennent pas, des sécantes parallèles à des directions fixes arbitraires et distinctes pour chacune de ces courbes, M. Sturm conclut immédiatement, en s'appuyant sur un théorème bien connu relatif aux appliquées parallèles des coniques, cet autre principe

non moins fécond que le précédent, et qui renferme, comme cas particulier, le théorème des anciens concernant les quadrilatères inscrits aux coniques :

« *Étant données, dans un plan, trois lignes du second ordre ayant*
» *les mêmes points d'intersection, si par un point* A, *pris à volonté sur*
» *l'une d'elles* (c), *on mène des parallèles à des droites données de posi-*
» *tion, l'une coupant la courbe* (c') *en deux points* c, d, *et l'autre coupant*
» *la courbe* (c'') *en deux points* e, f, *les produits de segments* $Ac \times Ad$,
» $Ae \times Af$, *seront toujours entre eux dans un rapport constant* (1). »

» Substituez, à l'une des trois courbes, le système de deux droites devenues les sécantes réelles ou idéales communes aux deux autres; supposez, de plus, que l'une de ces dernières courbes se réduise à un cercle ou à un point, et vous retomberez sur le théorème particulier de M. Chasles, rappelé au commencement de cette Note; car, dans la proposition ci-dessus, on peut toujours remplacer les segments obliques, relatifs aux sécantes communes, par des perpendiculaires abaissées, du point A de la courbe (c), sur leurs directions respectives.

» M. Sturm n'a pas fait connaître, dans la partie de son Mémoire qui a été mise au jour, l'extension dont sont susceptibles les théorèmes ci-dessus pour le cas de trois surfaces du second degré qui ont les mêmes intersections planes ou à double courbure; mais, outre que cette extension est, par elle-même, évidente et comporte identiquement le même genre de démonstration, elle a encore été indiquée, d'une manière très-explicite, dans divers Mémoires de Géométrie publiés peu d'années après celui de M. Sturm.

» Supposez donc que l'une des trois surfaces proposées se réduise à deux plans de sections, réelles ou imaginaires, communes aux deux autres surfaces, auquel cas celles-ci seront inscriptibles à un même cône du second degré, dont le sommet, toujours réel, conservera, par rapport à la direction indéfinie des plans dont il s'agit, des relations indépendantes de la réalité de leurs intersections avec les surfaces proposées (2); supposez, plus particulièrement encore, que l'une des deux surfaces restantes soit une sphère, ce qui exige que ses sections planes, communes avec la troisième, soient circulaires, et que le cône droit, circonscrit à toutes deux, ait son sommet situé dans l'un des plans principaux de cette troisième surface, et vous retomberez sur les théorèmes

---

(1) *Voyez* la page 178 du tome XVII des *Annales de Mathématiques*. En vertu de la *théorie des polaires réciproques*, ces propositions ont leurs analogues évidents pour le cas où l'on substitue la considération des tangentes à celle des intersections.

(2) *Traité des propriétés projectives des figures*, Supplément, pages 378, 380 et 404.

énoncés, en dernier lieu, par M. Chasles, pour le cas de l'espace, théorèmes dont, comme on l'a vu, son *Mémoire sur les lignes conjointes des coniques* ne laisse aucunement pressentir la démonstration, à cause de la manière restreinte avec laquelle leurs analogues, pour le cas du plan, y sont tirés de la considération directe du cône.

» Au surplus, ces observations n'ont aucunement pour but de prouver que M. Chasles ait ignoré l'extension dont sont susceptibles les théorèmes cités, par lui, dans sa dernière Note à l'Académie, comme étant propres à servir de base aux nouvelles doctrines sur les foyers (1); mais bien qu'il l'avait perdue de vue, ou ne lui avait pas accordé le degré d'attention et d'importance qu'elle mérite, importance qui, *à fortiori*, ne pouvait être soupçonnée par M. Amyot, beaucoup moins au fait des récents progrès de la Géométrie. Car, si ce jeune professeur avait fait une étude spéciale des écrits originaux que nous avons précédemment cités, s'il n'avait tout tiré de son propre fonds, il eût puisé plus largement dans ces écrits, et n'aurait pas manqué de déduire des théories qui s'y trouvent exposées, beaucoup de propriétés curieuses et caractéristiques des nouveaux foyers, indépendamment même de celles qui ont été indiquées en dernier lieu, par M. Chasles, dans sa Note à l'Académie; propriétés qui sont une suite nécessaire de ce que ces foyers sont les points de l'espace d'où l'on verrait la surface proposée sous l'aspect d'une sphère dont les sections circulaires représenteraient ainsi, perspectivement, les sections planes correspondantes de cette surface (2).

---

(1) *Voyez* notamment les Mémoires insérés, par ce géomètre, dans le tome V de la *Correspondance mathématique et physique* de M. Quetelet.

(2) Voyez les endroits déjà cités du Supplément du *Traité des propriétés projectives*, notamment ceux qui concernent la *perspective* ou *projection centrale* des reliefs, que nous avons généralement nommée *homologie* des figures. Je saisirai cette occasion pour présenter, au sujet de la théorie de la perspective des reliefs donnée dans ce même endroit, une remarque concernant la prétendue conformité qui existerait entre cette théorie et les méthodes pratiques exposées dans la *Perspective des reliefs* publiée à Magdebourg, en 1798, par J.-A. Breysig, conformité que je me suis trop empressé de reconnaître dans une Note insérée à la page 397 du tome VIII du *Journal mathématique* de M. Crelle (1832). Une traduction exacte de cet ouvrage diffus, entreprise à ma recommandation, par M. Polke, sous la direction de M. Bardin, ancien professeur aux Écoles d'artillerie, a convaincu cet estimable professeur que l'analogie des méthodes n'existe absolument que dans le titre. J'ai d'autant plus de regret d'avoir commis à mon préjudice cette erreur, qu'elle a été depuis reproduite dans l'*Aperçu historique sur l'origine des méthodes en Géométrie*, publié par M. Chasles, lequel, je dois le reconnaître, se trouvait, moins que moi, à même d'en constater l'existence.

» En terminant cette Note déjà si étendue, je ferai remarquer que les théorèmes de M. Sturm, relatifs aux lignes du second degré qui ont les mêmes intersections, réelles ou imaginaires, sur un plan, s'étendent, ainsi que leurs corrélatifs dans les surfaces de ce degré, aux systèmes analogues de courbes planes ou de surfaces géométriques d'un degré quelconque, et qui peuvent d'ailleurs être formées de la réunion de plusieurs courbes ou surfaces distinctes de degrés inférieurs. J'ai annoncé cette extension dans l'introduction d'un *Mémoire sur l'analyse des transversales*, publié dans le tome VIII du Journal de M. Crelle; sa démonstration purement géométrique se trouve exposée dans la partie de ce Mémoire encore inédite, et qui renferme d'autres théorèmes analogues, ainsi que leurs réciproques polaires. Pour l'établir, j'ai dû, au préalable, étendre la définition même et les propriétés de l'*involution*, telle que l'avait d'abord envisagée Desargues, au système de trois groupes (A), (B), (C), de *m* points chacun, rangés en ligne droite et qui jouissent de ce caractère remarquable:

« Si l'on forme, respectivement, les produits de *m* segments interceptés » entre l'un quelconque des points du groupe (A), par exemple, et les *m* » points appartenant respectivement à chacun des deux autres groupes (B) » et (C), le rapport de ces produits restera le même pour un autre point » choisi à volonté dans le premier groupe. De plus, cette égalité de rap- » ports aura lieu pareillement si l'on substitue aux points du groupe (A), » qui servent d'origine aux segments, ceux de tout autre groupe.»

» Cela posé, on peut énoncer ces théorèmes généraux:

» *Quand trois courbes, de même degré* m, *situées sur un plan, ou trois surfaces, de même degré* m, *situées dans l'espace, ont les mêmes points ou les mêmes lignes d'intersection, réels ou imaginaires, toute transversale rectiligne les rencontre en trois systèmes de* m *points, qui constituent une* involution. *Supposant, d'ailleurs, que cette transversale soit dirigée tangentiellement à l'une quelconque des courbes ou surfaces proposées, le point de contact correspondant deviendra un* centre de moyennes harmoniques (1), *commun aux groupes respectifs de* m *points, appartenant aux deux autres courbes ou surfaces.*

» Supposant encore que, de l'un quelconque des points appartenant à nos

(1) La doctrine des centres de moyennes harmoniques se trouve exposée dans un Mémoire présenté, le 8 mars 1824, à l'Académie, et qui depuis a été imprimé dans le tome III, page 213, du Journal de M. Crelle.

trois courbes ou surfaces, on mène respectivement, et sous des directions fixes arbitraires, des transversales rectilignes dans chacune des deux autres courbes ou surfaces, on conclura, du théorème de Newton sur les appliquées parallèles, que *les produits de segments formés, sur ces transversales respectives, entre le point considéré et chacune des intersections correspondantes, seront entre eux dans un rapport invariable;* propriété analogue à celle qui, pour des cas beaucoup plus simples, a été l'origine du fameux problème des *lieux*, résolu dans la Géométrie de Descartes, et dont, selon Pappus, la solution avait été vainement tentée par les anciens.

» Je pourrais étendre ces mêmes énoncés à des cas plus généraux encore, et montrer qu'ils suffisent pour tracer les courbes et surfaces géométriques sous certaines données; mais je craindrais, en insistant, d'abuser des instants de l'Académie.»

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur les pressions ou tensions intérieures, mesurées dans un double système de points matériels que sollicitent des forces d'attraction ou de répulsion mutuelle; par* M. A. CAUCHY.

« Dans un Mémoire que renferme le *Compte rendu* de la séance du 6 février dernier, j'ai développé les formules qui servent à déterminer les pressions ou tensions intérieures, dans un seul système de points matériels sollicités par des forces d'attraction ou de répulsion mutuelle; et j'ai ajouté qu'il était facile d'étendre ces formules au cas où l'on considère plusieurs semblables systèmes, superposés l'un à l'autre, c'est-à-dire renfermés dans le même espace. C'est ce que je vais faire voir, en considérant spécialement le cas où deux systèmes de points matériels se trouvent superposés l'un à l'autre.

§ I[er]. *Équilibre et mouvement de deux systèmes de points matériels, superposés l'un à l'autre. Pressions ou tensions mesurées dans ces deux systèmes.*

» Considérons deux systèmes de molécules que nous supposerons réduites à des points matériels et sollicitées par des forces d'attraction ou de répulsion mutuelle. Soient, dans l'état d'équilibre,

x, y, z les coordonnées rectangulaires d'une molécule $\mathfrak{m}$ du premier système ou d'une molécule $\mathfrak{m}_{,}$ du second système.

$x + \mathrm{x}, y + \mathrm{y}, z + \mathrm{z}$ les coordonnées d'une autre molécule m du premier système, ou d'une autre molécule $m_{,}$ du second système;

r le rayon vecteur mené, de la molécule $\mathfrak{m}$ ou $\mathfrak{m}_{,}$ à la molécule m ou $m_{,}$, et lié à x, y, z par l'équation

$$(1) \qquad r^2 = \mathrm{x}^2 + \mathrm{y}^2 + \mathrm{z}^2.$$

Soient encore

$\mathfrak{m}\, m r f(r)$ l'action mutuelle des molécules $\mathfrak{m}$, m;

$\mathfrak{m}_{,} m_{,} r f_{,}(r)$ l'action mutuelle des molécules $\mathfrak{m}_{,}$, $m_{,}$;

$\mathfrak{m}\, m_{,} r\, \mathfrak{f}(r)$ l'action exercée sur la molécule $\mathfrak{m}$ par la molécule $m_{,}$;

$_{,}m\, r\, \mathfrak{f}_{,}(r)$ l'action exercée sur la molécule $\mathfrak{m}$ par la molécule m;

chacune des fonctions $f(r)$, $f_{,}(r)$, $\mathfrak{f}(r)$, $\mathfrak{f}_{,}(r)$ étant positive lorsque les molécules s'attirent, négative lorsqu'elles se repoussent;

$\mathfrak{d}$ la densité du premier système au point (x, y, z);

$\mathfrak{d}_{,}$ la densité du second système au même point;

$\mathfrak{m}\mathfrak{X}$, $\mathfrak{m}\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{m}\mathfrak{Z}$ les projections algébriques de la résultante des actions exercées sur la molécule $\mathfrak{m}$ par les autres molécules;

$\mathfrak{m}_{,}\mathfrak{X}_{,}$, $\mathfrak{m}_{,}\mathfrak{Y}_{,}$, $\mathfrak{m}_{,}\mathfrak{Z}_{,}$ les projections algébriques de la résultante des actions exercées sur la molécule $\mathfrak{m}_{,}$. Enfin, soient

$$\begin{matrix} \mathfrak{A}, & \mathfrak{F}, & \mathfrak{E}, \\ \mathfrak{F}, & \mathfrak{B}, & \mathfrak{D}, \\ \mathfrak{E}, & \mathfrak{D}, & \mathfrak{C}, \end{matrix}$$

les projections algébriques des pressions ou tensions supportées au point (x, y, z), du côté des coordonnées positives, par trois plans perpendiculaires aux axes des x, des y et des z.

» Les équations d'équilibre de la molécule $\mathfrak{m}$ seront

$$(2) \qquad \mathfrak{X} = 0, \quad \mathfrak{Y} = 0, \quad \mathfrak{Z} = 0,$$

les valeurs de $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ étant

$$(3) \qquad \mathfrak{X} = \mathrm{S}[m \mathrm{x} f(r)] + \mathrm{S}[m_{,} \mathrm{x}\, \mathfrak{f}(r)] \text{ etc.},$$

et la somme qu'indique la lettre S s'étendant aux diverses molécules, distinctes de $\mathfrak{m}$, qui se trouvent comprises dans la sphère d'activité sensible de $\mathfrak{m}$. Pareillement les équations d'équilibre de la molécule $\mathfrak{m}_{,}$ seront

$$(4)\qquad \mathfrak{X}_{,} = 0,\quad \mathfrak{Y}_{,} = 0,\quad \mathfrak{Z}_{,} = 0,$$

les valeurs de $\mathfrak{X}_{,}$, $\mathfrak{Y}_{,}$, $\mathfrak{Z}_{,}$, étant

$$(5)\qquad \mathfrak{X}_{,} = \mathrm{S}[m_{,}\,\mathrm{x}\,f_{,}(r)] + \mathrm{S}[m\,\mathrm{x}\,\mathfrak{f}_{,}(r)]\ \text{etc.}$$

De plus, si chaque système de molécules est homogène, c'est-à-dire si les diverses molécules, offrant des masses égales, se trouvent distribuées à très-peu près de la même manière autour de l'une quelconque d'entre elles, on aura sensiblement

$$(6)\qquad \left\{\begin{aligned} \mathcal{A} = {} & \frac{\delta}{2}\,\mathrm{S}\,[m\,\mathrm{x}^2 f(r)] + \frac{\delta}{2}\,\mathrm{S}\,[m_{,}\,\mathrm{x}^2\,\mathfrak{f}(r)] \\ & + \frac{\delta_{,}}{2}\,\mathrm{S}\,[m_{,}\mathrm{x}^2 f_{,}(r)] + \frac{\delta_{,}}{2}\,\mathrm{S}\,[m\,\mathrm{x}^2\,\mathfrak{f}_{,}(r)],\quad \text{etc.,} \end{aligned}\right.$$

$$(7)\qquad \left\{\begin{aligned} \mathcal{D} = {} & \frac{\delta}{2}\,\mathrm{S}\,[m\,\mathrm{yz}\,f(r)] + \frac{\delta}{2}\,\mathrm{S}\,[m_{,}\,\mathrm{yz}\,\mathfrak{f}(r)] \\ & + \frac{\delta_{,}}{2}\,\mathrm{S}\,[m_{,}\mathrm{yz}\,f(r)] + \frac{\delta_{,}}{2}\,\mathrm{S}\,[m\,\mathrm{yz}\,\mathfrak{f}_{,}(r)],\quad \text{etc.} \end{aligned}\right.$$

» Supposons maintenant que le double système de molécules vienne à se mouvoir; et soient, au bout du temps t,

ξ, η, ζ les déplacements de la molécule $\mathfrak{m}$ mesurés parallèlement aux axes des x, des y et des z;

$\xi_{,}$, $\eta_{,}$, $\zeta_{,}$ les déplacements semblables de la molécule $\mathfrak{m}_{,}$;

$\xi + \Delta\xi$, $\eta + \Delta\eta$, $\zeta + \Delta\zeta$ les déplacements correspondants de la molécule m;

$\xi_{,} + \Delta\xi_{,}$, $\eta_{,} + \Delta\eta_{,}$, $\zeta_{,} + \Delta\zeta_{,}$ les déplacements correspondants de la molécule $m_{,}$;

υ la dilatation du volume, mesurée dans le premier système autour de la molécule $\mathfrak{m}$;

$\upsilon_{,}$ la dilatation du volume, mesurée dans le second système autour de la molécule $\mathfrak{m}_{,}$;

$\mathcal{X}+\mathfrak{X}$, $\mathcal{Y}+\mathfrak{Y}$, $\mathcal{Z}+\mathfrak{Z}$ ce que deviennent dans l'état de mouvement les forces accélératrices $\mathcal{X}$, $\mathcal{Y}$, $\mathcal{Z}$;

$\mathcal{X}_{,}+\mathfrak{X}_{,}$, $\mathcal{Y}_{,}+\mathfrak{Y}_{,}$, $\mathcal{Z}_{,}+\mathfrak{Z}_{,}$ ce que deviennent les forces accélératrices $\mathcal{X}_{,}$, $\mathcal{Y}_{,}$, $\mathcal{Z}_{,}$;

$\mathcal{A}+\mathfrak{A}$, $\mathcal{B}+\mathfrak{B}$, $\mathcal{C}+\mathfrak{C}$, $\mathcal{D}+\mathfrak{D}$, $\mathcal{E}+\mathfrak{E}$, $\mathcal{F}+\mathfrak{F}$, ce que deviennent les pressions $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, $\mathcal{D}$, $\mathcal{E}$, $\mathcal{F}$.

Enfin, concevons que, dans l'état de mouvement,

la distance r des molécules $\mathfrak{m}, m$ devienne $r+\rho$,

la distance r des molécules $\mathfrak{m}, m_{,}$ " $r+\varsigma$,

la distance r des molécules $\mathfrak{m}_{,}, m_{,}$ " $r+\rho_{,}$,

la distance r des molécules $\mathfrak{m}_{,}, m$ " $r+\varsigma_{,}$.

Les équations du mouvement de la molécule $\mathfrak{m}$ seront, eu égard aux formules (2),

$$D_t^2\xi=\mathfrak{X},\quad D_t^2\eta=\mathfrak{Y},\quad D_t^2\zeta=\mathfrak{Z}, \tag{8}$$

tandis que les équations du mouvement de la molécule $\mathfrak{m}_{,}$ seront, eu égard aux formules (4),

$$D_t^2\xi_{,}=\mathfrak{X}_{,},\quad D_t^2\eta_{,}=\mathfrak{Y}_{,},\quad D_t^2\zeta_{,}=\mathfrak{Z}_{,}; \tag{9}$$

et l'on aura non-seulement

$$\begin{cases}(r+\rho)^2=(x+\Delta\xi)^2+(y+\Delta\eta)^2+(z+\Delta\zeta)^2,\\ (r+\rho_{,})^2=(x+\Delta\xi_{,})^2+(y+\Delta\eta_{,})^2+(z+\Delta\zeta_{,})^2,\end{cases} \tag{10}$$

$$\begin{cases}(r+\varsigma)^2=(x-\xi+\xi_{,}+\Delta\xi_{,})^2+(y-\eta+\eta_{,}+\Delta\eta_{,})^2+(z-\zeta+\zeta_{,}+\Delta\zeta_{,})^2,\\ (r+\varsigma_{,})^2=(x-\xi_{,}+\xi+\Delta\xi)^2+(y-\eta_{,}+\eta+\Delta\eta)^2+(z-\zeta_{,}+\zeta+\Delta\zeta)^2,\end{cases} \tag{11}$$

mais encore

$$\mathcal{X}+\mathfrak{X}=S[m(x+\Delta\xi)f(r+\rho)]+S[m_{,}(x-\xi+\xi_{,}+\Delta\xi_{,})\mathrm{f}(r+\varsigma)],\ \text{etc...}, \tag{12}$$

$$\mathcal{X}_{,}+\mathfrak{X}_{,}=S[m_{,}(x+\Delta\xi_{,})f(r+\rho_{,})]+S[m_{,}(x-\xi_{,}+\xi+\Delta\xi)\mathrm{f}(r+\varsigma)],\ \text{etc...}; \tag{13}$$

$$(14)\begin{cases} \mathcal{A} + \mathfrak{A} = \\ \dfrac{\frac{1}{2}\delta}{1+\upsilon}\,\mathrm{S}\,[m\,(\mathrm{x}+\Delta\xi)^2 f(r+\rho)] + \dfrac{\frac{1}{2}\delta}{1+\upsilon}\,\mathrm{S}\,[m_{,}(\mathrm{x}-\xi+\xi_{,}+\Delta\xi_{,})^2 \mathfrak{f}(r+\varsigma)], \\ +\dfrac{\frac{1}{2}\delta_{,}}{1+\upsilon_{,}}\,\mathrm{S}\,[m_{,}(\mathrm{x}+\Delta\xi_{,})^2 f_{,}(r+\rho_{,})] + \dfrac{\frac{1}{2}\delta_{,}}{1+\upsilon_{,}}\,\mathrm{S}\,[m\,(\mathrm{x}-\xi_{,}+\xi+\Delta\xi)^2 \mathfrak{f}_{,}(r+\varsigma_{,})], \\ \text{etc...;} \end{cases}$$

$$(15)\begin{cases} \mathcal{D} + \mathfrak{D} = \dfrac{\frac{1}{2}\delta}{1+\upsilon}\,\mathrm{S}\,[m(\mathrm{y}+\Delta\eta)(\mathrm{z}+\Delta\zeta) f(r+\rho)] \\ \qquad + \dfrac{\frac{1}{2}\delta}{1+\upsilon}\,\mathrm{S}\,[m_{,}(\mathrm{x}-\xi+\xi_{,}+\Delta\xi_{,})(\mathrm{y}-\eta+\eta_{,}+\Delta\eta_{,})\,\mathfrak{f}\,(r+\varsigma)] \\ \qquad + \dfrac{\frac{1}{2}\delta_{,}}{1+\upsilon_{,}}\,\mathrm{S}\,[m_{,}(\mathrm{y}+\Delta\eta_{,})(\mathrm{z}+\Delta\zeta_{,}) f(r+\rho_{,})] \\ \qquad + \dfrac{\frac{1}{2}\delta_{,}}{1+\upsilon_{,}}\,\mathrm{S}\,[m\,(\mathrm{x}-\xi_{,}+\xi+\Delta\xi)(\mathrm{y}-\eta_{,}+\eta+\Delta\eta)\,\mathfrak{f}_{,}(r+\varsigma_{,})], \\ \text{etc...} \end{cases}$$

» Si le mouvement que l'on considère est infiniment petit, les équations (10), (11), jointes à la formule (1), donneront

$$(16)\qquad \begin{cases} \rho = \dfrac{\mathrm{x}\Delta\xi + \mathrm{y}\Delta\eta + \mathrm{z}\Delta\zeta}{r}, \\ \rho_{,} = \dfrac{\mathrm{x}\Delta\xi_{,} + \mathrm{y}\Delta\eta_{,} + \mathrm{z}\Delta\zeta_{,}}{r}, \end{cases}$$

$$(17)\qquad \begin{cases} \varsigma = \dfrac{\mathrm{x}[(1+\Delta)\xi_{,}-\xi] + \mathrm{y}\,[(1+\Delta)\eta_{,}-\eta] + \mathrm{z}\,[(1+\Delta)\zeta_{,}-\zeta]}{r}, \\ \quad = \dfrac{\mathrm{x}[(1+\Delta)\xi-\xi_{,}] + \mathrm{y}\,[(1+\Delta)\eta-\eta_{,}] + \mathrm{z}\,[(1+\Delta)\zeta-\zeta_{,}]}{r}, \end{cases}$$

et l'on aura de plus

$$(18)\qquad \begin{cases} \upsilon = \mathrm{D}_x\xi + \mathrm{D}_y\eta + \mathrm{D}_z\zeta, \\ \upsilon_{,} = \mathrm{D}_x\xi_{,} + \mathrm{D}_y\eta_{,} + \mathrm{D}_z\zeta_{,}. \end{cases}$$

Alors on tirera des formules (12), (13), (14), (15), jointes aux formules (3), (5), (6), (7),

$$(19)\qquad \begin{cases} \mathfrak{X} = \mathrm{S}[mf(r)\Delta\xi] + \mathrm{S}\,\{m_{,}\mathfrak{f}(r)[(1+\Delta)\xi_{,}-\xi]\} \\ \qquad + \mathrm{S}\left[m\dfrac{f'(r)}{r}\mathrm{x}\,\rho\right] + \mathrm{S}\left[m\dfrac{\mathfrak{f}'(r)}{r}\mathrm{x}\,\varsigma\right], \qquad \text{etc.;} \end{cases}$$

$$(20)\quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{X}_{,} &= \mathrm{S}[m_{,}f_{,}(r)\Delta\xi_{,}] + \mathrm{S}\{m\mathfrak{f}_{,}(r)[(1+\Delta)\xi - \xi_{,}]\} \\ &+ \mathrm{S}\left[m\frac{f'_{,}(r)}{r}\mathrm{x}\rho\right] + \mathrm{S}\left[m\frac{\mathfrak{f}'_{,}(r)}{r}\mathrm{x}\varsigma_{,}\right], \end{aligned} \right. \qquad \text{etc.;}$$

$$(21)\quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{A} &= \frac{\delta}{2}\{2\,\mathrm{S}[mf(r)\mathrm{x}\Delta\xi] + \mathrm{S}[mf'(r)\mathrm{x}^2\rho] \\ &+ \frac{\delta}{2}\{2\,\mathrm{S}[m_{,}\mathfrak{f}(r)\mathrm{x}(\xi_{,} + \Delta\xi_{,} - \xi)] + \mathrm{S}[m_{,}\mathfrak{f}'(r)\mathrm{x}^2\varsigma]\} \\ &+ \frac{\delta_{,}}{2}\{2\,\mathrm{S}[m_{,}f_{,}(r)\mathrm{x}\Delta\xi_{,}] + \mathrm{S}[m_{,}f'_{,}(r)\mathrm{x}^2\rho_{,}]\} \\ &+ \frac{\delta_{,}}{2}\{2\,\mathrm{S}[m\mathfrak{f}_{,}(r)\mathrm{x}(\xi + \Delta\xi - \xi_{,})] + \mathrm{S}[m\mathfrak{f}'_{,}(r)\mathrm{x}^2\varsigma_{,}]\} \\ &- \frac{\delta}{2}\upsilon\,\mathrm{S}\{[mf(r) + m_{,}\mathfrak{f}(r)]\mathrm{x}^2\} - \frac{\delta_{,}}{2}\upsilon_{,}\mathrm{S}\{[m_{,}f_{,}(r) + m\mathfrak{f}_{,}(r)]\mathrm{x}^2\}, \\ &\text{etc.;} \end{aligned} \right.$$

$$(22)\quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{D} &= \frac{\delta}{2}\{\mathrm{S}[mf(r)(\mathrm{z}\Delta\eta + \mathrm{y}\Delta\zeta)] + \mathrm{S}[mf'(r)\mathrm{y}\mathrm{z}\rho]\} \\ &+ \frac{\delta}{2}\{\mathrm{S}[m_{,}\mathfrak{f}(r)\{\mathrm{z}(\eta_{,}+\Delta\eta_{,}-\eta)+\mathrm{y}(\zeta_{,}+\Delta\zeta_{,}-\zeta)]\} + \mathrm{S}[m_{,}\mathfrak{f}'(r)\mathrm{y}\mathrm{z}\varsigma]\} \\ &+ \frac{\delta}{2}\{\mathrm{S}[m_{,}f'_{,}(r)(\mathrm{z}\Delta\eta_{,} + \mathrm{y}\Delta\zeta_{,})] + \mathrm{S}[mf_{,}(r)\mathrm{y}\mathrm{z}\rho_{,}]\} \\ &+ \frac{\delta_{,}}{2}\{\mathrm{S}[m\mathfrak{f}_{,}(r)\{\mathrm{z}(\eta+\Delta\eta-\eta_{,})+\mathrm{y}(\zeta+\Delta\zeta-\zeta_{,})]\} + \mathrm{S}[m\mathfrak{f}'_{,}(r)\mathrm{y}\mathrm{z}\varsigma_{,}]\} \\ &- \frac{\delta}{2}\upsilon\,\mathrm{S}\{[mf(r) + m_{,}\mathfrak{f}(r)]\mathrm{y}\mathrm{z}\} - \frac{\delta_{,}}{2}\upsilon_{,}\mathrm{S}\{[m_{,}f_{,}(r) + \mathfrak{f}_{,}(r)]\mathrm{y}\mathrm{z}\}, \\ &\text{etc.} \end{aligned} \right.$$

» Dans les calculs qui précèdent, nous avons, pour plus de généralité, distingué l'une de l'autre les deux forces accélératrices $r\mathfrak{f}(r)$, $r\mathfrak{f}_{,}(r)$ qui correspondent à l'action d'une molécule du second milieu sur une molécule du premier, et d'une molécule du premier sur une molécule du second. Lorsqu'on suppose la réaction égale à l'action, non-seulement entre les molécules de même nature, mais aussi entre les molécules de natures diverses, on a

$$\mathfrak{f}_{,}(r) = \mathfrak{f}(r).$$

» Observons encore que, dans les différentes formules ci-dessus établies,

la lettre caractéristique Δ indique l'accroissement que prend une fonction des variables indépendantes

$$x, y, z$$

quand on attribue à ces variables les accroissements

$$\Delta x = \mathrm{x}, \quad \Delta y = \mathrm{y}, \quad \Delta z = \mathrm{z}.$$

Cela posé, en désignant par 8 une fonction quelconque de x, y, z, on aura

$$(23) \qquad \Delta 8 = (e^{\mathrm{x}D_x + \mathrm{y}D_y + \mathrm{z}D_z} - 1) 8.$$

» Si, les systèmes de molécules donnés étant homogènes, le mouvement infiniment petit, propagé dans ces systèmes, se réduit à un mouvement simple dont le symbole caractéristique soit

$$e^{ux + vy + wz + st},$$

u, v, w désignant des coefficients réels; alors, en prenant pour 8 une fonction linéaire quelconque des déplacements ξ, η, ζ, $\xi_{\prime}$, $\eta_{\prime}$, $\zeta_{\prime}$, et de leurs dérivées, on trouvera

$$(24) \qquad \Delta 8 = (e^{\mathrm{x}u + \mathrm{y}v + \mathrm{z}w} - 1) 8;$$

et, en posant, pour abréger,

$$(25) \qquad \iota = \mathrm{x}u + \mathrm{y}v + \mathrm{z}w,$$

on aura

$$(26) \qquad \Delta 8 = (e^{\iota} - 1) 8,$$

par conséquent

$$(27) \qquad \Delta = e^{\iota} - 1.$$

Cela posé, les formules (16), (17), (18) donneront

$$(28) \quad \rho = \frac{\mathrm{x}\xi + \mathrm{y}\eta + \mathrm{z}\zeta}{r}(e^{\iota} - 1), \qquad \rho_{\prime} = \frac{\mathrm{x}\xi_{\prime} + \mathrm{y}\eta_{\prime} + \mathrm{z}\zeta_{\prime}}{r}(e^{\iota} - 1);$$

$$(29)\quad \varsigma = \frac{(x\xi_{,}+y\eta_{,}+z\zeta_{,})e^{\iota}-(x\xi+y\eta+z\zeta)}{r},\quad \varsigma_{,} = \frac{(x\xi+y\eta+z\zeta)e^{\iota}-(x\xi_{,}+y\eta_{,}+z\zeta_{,})}{r};$$

$$(30)\qquad \upsilon = u\xi + v\eta + w\zeta,\qquad \upsilon_{,} = u\xi_{,} + v\eta_{,} + w\zeta_{,};$$

et, comme on aura encore,

$$x = D_u \iota,\qquad y = D_v \iota,\qquad z = D_w \iota,$$

on tirera des formules (19), (20), (21), (22), jointes aux équations (28), (29), (30),

$$(31)\quad \left\{\begin{aligned} \mathfrak{X} &= (G-I)\xi + D_u(\xi D_u + \eta D_v + \zeta D_w)(H-K) \\ &\quad + \mathcal{G}\xi_{,} + D_u(\xi_{,}D_u + \eta_{,}D_v + \zeta_{,}D_w)\mathfrak{H}, \qquad \text{etc.}\ldots; \end{aligned}\right.$$

$$(32)\quad \left\{\begin{aligned} \mathfrak{X}_{,} &= (G_{,}-I_{,})\xi_{,} + D_u(\xi_{,}D_u + \eta_{,}D_v + \zeta_{,}D_w)(H_{,}-K_{,}) \\ &\quad + \mathcal{G}_{,}\xi + D_u(\xi D_u + \eta D_v + \zeta D_w)\mathfrak{H}_{,}, \qquad \text{etc.}\ldots; \end{aligned}\right.$$

$$(33)\quad \left\{\begin{aligned} \mathfrak{A} &= 2\xi D_u \frac{\delta(G-\mathfrak{I})+\delta_{,}\mathcal{G}_{,}}{2} + D_u^2(\xi D_u + \eta D_v + \zeta D_w)\frac{\delta(H-\mathfrak{K})+\delta_{,}\mathfrak{H}_{,}}{2} \\ &\quad + 2\xi_{,}D_u \frac{\delta_{,}(G_{,}-\mathfrak{I}_{,})+\delta\mathcal{G}}{2} + D_u^2(\xi_{,}D_u + \eta_{,}D_v + \zeta_{,}D_w)\frac{\delta_{,}(H_{,}-\mathfrak{K}_{,})+\delta\mathfrak{H}}{2} \\ &\quad - \frac{\delta}{2}\upsilon\, S\{[mf(r)+m_{,}\mathfrak{f}(r)]x^2\} - \frac{\delta_{,}}{2} S\{[m_{,}f_{,}(r)+m\mathfrak{f}(r)]x^2\}, \qquad \text{etc.}; \end{aligned}\right.$$

$$(34)\quad \left\{\begin{aligned} \mathfrak{D} &= (\eta D_w + \zeta D_v)\frac{\delta(G-\mathfrak{I})+\delta_{,}\mathcal{G}_{,}}{2} + D_v D_w(\zeta D_u + \eta D_v + \zeta D_w)\frac{\delta(H-\mathfrak{K})+\delta_{,}\mathfrak{H}}{2} \\ &\quad + (\eta_{,}D_w + \zeta_{,}D_v)\frac{\delta_{,}(G_{,}-\mathfrak{I}_{,})+\delta\mathcal{G}}{2} + D_v D_w(\zeta D_u + \eta D_v + \zeta D_w)\frac{\delta_{,}(H-\mathfrak{K}_{,})+\delta\mathfrak{H}}{2} \\ &\quad - \frac{\delta}{2}\upsilon S\{[mf(r)+m_{,}\mathfrak{f}(r)]\,yz\} - \frac{\delta_{,}}{2} S\{[m_{,}f_{,}(r)+m_{,}\mathfrak{f}(r)]\,yz\}, \qquad \text{etc.}, \end{aligned}\right.$$

les valeurs des quantités

$$G,\ H,\ \mathcal{G},\ \mathfrak{H},\ I,\ K,\ \mathfrak{I},\ \mathfrak{K},$$
$$G_{,},\ H_{,},\ \mathcal{G}_{,},\ \mathfrak{H}_{,},\ I_{,},\ K_{,},\ \mathfrak{I}_{,},\ \mathfrak{K}_{,},$$

étant

$$(35)\quad \left\{\begin{aligned} G &= S[m\, f(r)\, e^{\iota}], & H &= S\left[m\frac{f'(r)}{r}e^{\iota}\right], \\ \mathcal{G} &= S[m_{,}\, \mathfrak{f}(r)\, e^{\iota}], & \mathfrak{H} &= S\left[m_{,}\frac{\mathfrak{f}'(r)}{r}e^{\iota}\right]; \end{aligned}\right.$$

$$(36)\quad \left\{ \begin{aligned} &\mathrm{I} = \mathrm{S}[m f(r) + m_{,} \mathfrak{f}(r)], && \mathrm{K} = \mathrm{S}\left[\frac{m f'(r) + m_{,} \mathfrak{f}'_{,}(r)}{r} \frac{\iota^2}{2}\right], \\ &\mathfrak{J} = \mathrm{S}\{[m f(r) + m_{,} \mathfrak{f}(r)]\iota\}, && \mathcal{K} = \mathrm{S}\left[\frac{m f'(r) + m_{,} \mathfrak{f}'_{,}(r)}{r} \frac{\iota^3}{2.3}\right]; \end{aligned} \right.$$

$$(37)\quad \left\{ \begin{aligned} &\mathrm{G}_{,} = \mathrm{S}[m_{,} f_{,}(r) e^{\iota}], && \mathrm{H}_{,} = \mathrm{S}\left[m_{,} \frac{f'_{,}(r)}{r} e^{\iota}\right], \\ &\mathfrak{G}_{,} = \mathrm{S}[m\, \mathfrak{f}_{,}(r) e^{\iota}], && \mathfrak{H}_{,} = \mathrm{S}\left[m \frac{\mathfrak{f}'_{,}(r)}{r} e^{\iota}\right]; \end{aligned} \right.$$

$$(38)\quad \left\{ \begin{aligned} &\mathrm{I}_{,} = \mathrm{S}[m_{,} f_{,}(r) + m\, \mathfrak{f}_{,}(r)], && \mathrm{K}_{,} = \mathrm{S}\left[\frac{m_{,} f'_{,}(r) + m \mathfrak{f}_{,}(r)}{r} \frac{\iota^2}{2}\right], \\ &\mathfrak{J}_{,} = \mathrm{S}[m\, f(r) + m_{,} \mathfrak{f}(r)\iota], && \mathcal{K}' = \mathrm{S}\left[\frac{m' f'_{,}(r) + m \mathfrak{f}'_{,}(r)}{r} \frac{\iota^3}{2.3}\right]. \end{aligned} \right.$$

» En comparant la formule (23) à la formule (24), on obtient immédiatement la conclusion suivante :

» *Pour obtenir les valeurs générales des forces accélératrices*

$$\mathfrak{X},\ \mathfrak{Y},\ \mathfrak{Z},\quad \mathfrak{X}_{,},\ \mathfrak{Y}_{,},\ \mathfrak{Z}_{,}$$

qui correspondent à un mouvement infiniment petit quelconque de deux systèmes homogènes de points matériels, il suffit de calculer les valeurs particulières de ces quantités, qui correspondent au mouvement simple dont le symbole caractéristique est

$$e^{ux + vy + wz + st},$$

u, v, w désignant des quantités réelles; puis de remplacer, dans ces valeurs particulières, les coefficients

$$u,\ v,\ w,$$

par les lettres caractéristiques

$$\mathrm{D}_x,\ \mathrm{D}_y,\ \mathrm{D}_z,$$

qui devront s'appliquer aux déplacements

$$\xi,\ \eta,\ \zeta,\quad \xi_{,},\ \eta_{,},\ \zeta_{,},$$

considérés comme fonctions de x, y, z.

» Dans le cas particulier où le mouvement du double système de points matériels se réduit, en réalité, à un mouvement simple dont le symbole caractéristique est

$$e^{ux+vy+wz+st},$$

alors, pour obtenir les équations symboliques et finies du mouvement simple, il suffit de remplacer, dans les formules (31), (32), les déplacements effectifs

$$\xi,\ \eta,\ \zeta,\quad \xi_{\prime},\ \eta_{\prime},\ \zeta_{\prime}$$

par les déplacements symboliques

$$\bar{\xi},\ \bar{\eta},\ \bar{\zeta},\quad \bar{\xi}_{\prime},\ \bar{\eta}_{\prime},\ \bar{\zeta}_{\prime},$$

et les forces accélératrices

$$\mathfrak{X},\ \mathfrak{Y},\ \mathfrak{Z},\quad \mathfrak{X}_{\prime},\ \mathfrak{Y}_{\prime},\ \mathfrak{Z}_{\prime},$$

par les produits

$$s^2\bar{\xi},\ s^2\bar{\eta},\ s^2\bar{\zeta},\quad s^2\bar{\xi}_{\prime},\ s^2\bar{\eta}_{\prime},\ s^2\bar{\zeta}_{\prime}.$$

Donc les équations symboliques et finies d'un mouvement simple seront

$$(39)\quad \left\{\begin{aligned} s^2\bar{\xi} &= (\mathrm{G}-\mathrm{I})\bar{\xi} + \mathrm{D}_u(\bar{\xi}\,\mathrm{D}_u + \bar{\eta}\,\mathrm{D}_v + \bar{\zeta}\,\mathrm{D}_w)(\mathrm{H}-\mathrm{K}) \\ &\quad + \mathcal{G}\bar{\xi}_{\prime} + \mathrm{D}_u(\bar{\xi}_{\prime}\mathrm{D}_u + \bar{\eta}_{\prime}\mathrm{D}_v + \bar{\zeta}_{\prime}\mathrm{D}_w)\,\mathfrak{H}, \qquad \text{etc.}, \end{aligned}\right.$$

$$(40)\quad \left\{\begin{aligned} s^2\bar{\xi} &= (\mathrm{G}_{\prime}-\mathrm{I}_{\prime})\bar{\xi} + \mathrm{D}_u(\bar{\xi}_{\prime}\mathrm{D}_u + \bar{\eta}_{\prime}\mathrm{D}_v + \bar{\zeta}_{\prime}\mathrm{D}_w)(\mathrm{H}_{\prime}-\mathrm{K}_{\prime}) \\ &\quad + \mathcal{G}_{\prime}\bar{\xi}_{\prime} + \mathrm{D}_u(\bar{\xi}\,\mathrm{D}_u + \bar{\eta}\,\mathrm{D}_v + \bar{\zeta}\,\mathrm{D}_w)\,\mathfrak{H}_{\prime}, \qquad \text{etc.}; \end{aligned}\right.$$

chacun des coefficients

$$u,\ v,\ w,\ s,$$

pouvant d'ailleurs être ou réel ou imaginaire. Ajoutons qu'il suffira d'éliminer les déplacements symboliques

$$\bar{\xi},\ \bar{\eta},\ \bar{\zeta},\quad \bar{\xi}_{\prime},\ \bar{\eta}_{\prime},\ \bar{\zeta}_{\prime},$$

entre les équations (39), (40) pour obtenir celle qui déterminera la valeur du coefficient s^2 en fonction des coefficients u, v, w.

§ II. *Réduction des formules, dans le cas où les systèmes donnés deviennent isotropes.*

» Si les systèmes donnés deviennent isotropes, alors les fonctions de u, v, w, désignées, dans les formules (31), (32), etc., du § Ier, par les lettres

$$\mathrm{G},\ \mathrm{H},\ \mathcal{G},\ \mathfrak{H},\ \mathrm{I},\ \mathrm{K};\quad \mathrm{G}_{\prime\prime},\ \mathrm{H}_{\prime\prime},\ \mathcal{G}_{\prime\prime},\ \mathfrak{H}_{\prime\prime},\ \mathrm{I}_{\prime\prime},\ \mathrm{K}_{\prime\prime}$$

se réduiront à des fonctions de

$$k^2 = u^2 + v^2 + w^2. \tag{1}$$

En même temps les fonctions

$$\mathfrak{I},\ \mathfrak{K},\quad \mathfrak{I}_{\prime},\ \mathfrak{K}_{\prime}$$

s'évanouiront. Cela posé, les formules (31), (32), (33), (34) du § Ier donneront

$$\mathfrak{X} = \mathrm{M}\xi + \mathfrak{M}\,\xi_{\prime} + u(\mathrm{N}v + \mathfrak{N}\,v_{\prime}),\quad \text{etc...}, \tag{2}$$

$$\mathfrak{X}_{\prime} = \mathrm{M}_{\prime}\xi_{\prime} + \mathfrak{M}_{\prime}\xi + u(\mathrm{N}_{\prime}v_{\prime} + \mathfrak{N}_{\prime}v),\quad \text{etc...}, \tag{3}$$

$$\left\{\begin{aligned}
\mathfrak{A} &= 2u\xi\frac{1}{k}\mathrm{D}_k\frac{\partial\mathrm{M}+\partial_{\prime}\mathfrak{M}_{\prime}}{2} + 2u_{\prime}\xi_{\prime}\frac{1}{k}\mathrm{D}_k\frac{\partial_{\prime}\mathrm{M}_{\prime}+\partial\mathfrak{M}}{2}\\
&\quad + v\left(1+\frac{u^2}{k}\mathrm{D}_k\right)\frac{\partial\mathrm{N}+\partial_{\prime}\mathfrak{N}_{\prime}}{2} + v_{\prime}\left(1+\frac{u^2}{k}\mathrm{D}_k\right)\frac{\partial_{\prime}\mathrm{N}_{\prime}+\partial\mathfrak{N}}{2}\\
&\quad - \frac{\partial}{2}v\,\mathrm{S}\{[mf(r) + m_{\prime}\mathfrak{f}(r)]\,\mathrm{x}^2\} - \frac{\partial}{2}v_{\prime}\mathrm{S}\{[m_{\prime}f_{\prime}(r) + m\mathfrak{f}_{\prime}(r)]\,\mathrm{x}^2\},\\
&\text{etc...},
\end{aligned}\right. \tag{4}$$

$$\left\{\begin{aligned}
\mathfrak{D} &= (\eta w + \zeta v)\frac{1}{k}\mathrm{D}_k\frac{\partial\mathrm{M}+\partial_{\prime}\mathfrak{M}_{\prime}}{2} + (\eta_{\prime}w + \zeta_{\prime}v)\frac{1}{k}\mathrm{D}_k\frac{\partial_{\prime}\mathrm{M}_{\prime}+\partial\mathfrak{M}}{2}\\
&\quad + v\frac{vu}{k}\frac{\partial\mathrm{N}+\partial_{\prime}\mathfrak{N}_{\prime}}{2} + v_{\prime}\frac{vw}{k}\frac{\partial_{\prime}\mathrm{N}_{\prime}+\partial\mathfrak{N}}{2}\\
&\quad - \frac{\partial}{2}v\,\mathrm{S}\{[mf(r) + m_{\prime}\mathfrak{f}(r)]\,\mathrm{yz}\} - \frac{\partial}{2}\mathrm{S}\{[m_{\prime}f_{\prime}(r) + m\mathfrak{f}_{\prime}(r)]\,\mathrm{yz}\},\\
&\text{etc...},
\end{aligned}\right. \tag{5}$$

les valeurs de

$$\mathrm{M},\ \mathrm{N},\ \mathfrak{M},\ \mathfrak{N}$$

étant déterminées par les formules

$$(6)\qquad \begin{cases} \mathrm{M} = \mathrm{G} - \mathrm{I} + \frac{1}{k}\mathrm{D}_k(\mathrm{H}-\mathrm{K}), \\ \mathrm{N} = \frac{1}{k}\mathrm{D}_k\left[\frac{1}{k}\mathrm{D}_k(\mathrm{H}-\mathrm{K})\right], \end{cases}$$

$$(7)\qquad \begin{cases} \mathfrak{M} = \mathcal{G} + \frac{1}{k}\mathrm{D}_k\mathcal{H}, \\ \mathfrak{N} = \frac{1}{k}\mathrm{D}_k\left(\frac{1}{k}\mathrm{D}_k\mathcal{H}\right); \end{cases}$$

et

$$\mathrm{M}_{,}, \mathrm{N}_{,}, \quad \mathfrak{M}_{,}, \mathfrak{N}_{,}$$

étant ce que deviennent

$$\mathrm{M}, \mathrm{N}, \quad \mathfrak{M}, \mathfrak{N}$$

quand on échange entre eux les deux systèmes de points matériels. Ajoutons que, dans les formules (2), (3), (4), (5), on aura

$$(8)\qquad \upsilon = u\xi + v\eta + w\zeta,$$

et

$$(9)\qquad \upsilon_{,} = u\xi_{,} + v\eta_{,} + w\zeta_{,}.$$

Si d'ailleurs on pose

$$(10)\qquad \bar{\upsilon} = u\bar{\xi} + v\bar{\eta} + w\bar{\zeta},$$

et

$$(11)\qquad \bar{\upsilon}_{,} = u\bar{\xi}_{,} + v\bar{\eta}_{,} + w\bar{\zeta}_{,},$$

les formules (39), (40) du § Ier donneront

$$(12)\qquad s^2\bar{\xi} = \mathrm{M}\bar{\xi} + \mathfrak{M}\bar{\xi}_{,} + u(\mathrm{N}\bar{\upsilon} + \mathfrak{N}\bar{\upsilon}_{,}), \text{ etc.}\ldots,$$

$$(13)\qquad s^2\bar{\xi}_{,} = \mathrm{M}_{,}\bar{\xi}_{,} + \mathfrak{M}_{,}\bar{\xi} + u(\mathrm{N}_{,}\bar{\upsilon}_{,} + \mathfrak{N}_{,}\bar{\upsilon}), \text{ etc.}\ldots$$

Enfin, si l'on a égard aux formules rappelées dans le § II du Mémoire du 6 février, on tirera des équations (6), (7), jointes à celles qui dans le § Ier déterminent les valeurs de G, H, $\mathcal{G}$, $\mathcal{H}$, I, K,

$$(14)\quad \begin{cases} \mathrm{M} = \mathrm{S}\left\{\dfrac{m}{r^2}\,\mathrm{D}_r\left[\left(\dfrac{1}{k^2}\,\mathrm{D}_r\,\dfrac{e^{kr}-e^{-kr}}{2kr}-\dfrac{r}{3}\right)r^2 f(r)\right]\right\} \\ \qquad -\dfrac{1}{3}\,\mathrm{S}\left\{\dfrac{m_{\prime}}{r^2}\,\mathrm{D}_r\left[r^3\,\mathfrak{f}(r)\right]\right\}, \\ \mathrm{N} = \dfrac{1}{k^4}\,\mathrm{S}\left[mr^2 f'(r)\,\mathrm{D}_r\left(\dfrac{1}{r}\,\mathrm{D}_r\,\dfrac{e^{kr}-e^{-kr}}{2kr}\right)\right]; \end{cases}$$

$$(15)\quad \begin{cases} \mathfrak{M} = \mathrm{S}\left\{\dfrac{m}{r^2}\,\mathrm{D}_r\left[\dfrac{r^2\,\mathfrak{f}(r)}{k^2}\,\mathrm{D}_r\,\dfrac{e^{kr}-e^{-kr}}{2kr}\right]\right\}, \\ \mathfrak{N} = \dfrac{1}{k^4}\,\mathrm{S}\left[mr^2\,\mathfrak{f}'(r)\,\mathrm{D}_r\left(\dfrac{1}{r}\,\mathrm{D}_r\,\dfrac{e^{kr}-e^{-kr}}{2kr}\right)\right]. \end{cases}$$

On peut observer que, dans la valeur de $\mathfrak{M}$, développée suivant les puissances ascendantes de k, le terme indépendant de k sera l'expression qu'on obtient lorsque, dans cette valeur, on remplace le rapport

$$\frac{e^{kr}-e^{-kr}}{2}\quad \text{par}\quad \frac{1}{2}\,k^2 r^2.$$

Ce terme sera donc

$$\mathrm{S}\left\{\frac{m}{r^2}\,\mathrm{D}_r\left[\frac{r^2\,\mathfrak{f}(r)}{k^2}\,\mathrm{D}_r\,\frac{k^2 r^2}{2}\right]\right\},$$

ou, plus simplement,

$$\mathrm{S}\left\{\frac{m}{r^2}\,\mathrm{D}_r\left[r^3\,\mathfrak{f}(r)\right]\right\}.$$

Donc ce terme s'évanouira, si le produit $r^3\,\mathfrak{f}(r)$ se réduit à une constante, ou, ce qui revient au même, si la force accélératrice

$$r\,\mathfrak{f}(r)$$

est réciproquement proportionnelle au carré de r.

» Ajoutons que, dans ce cas, la valeur de M, développée suivant les puissances ascendantes de k, cessera elle-même de renfermer un terme constant.

» Ces observations entraînent évidemment la proposition suivante :

» *Les équations différentielles des mouvements infiniment petits d'un double système isotrope de molécules ne renfermeront pas les inconnues hors des signes de différentiation, si les forces accélératrices qui proviennent de l'action mutuelle des deux systèmes sont réciproquement proportionnelles au carré de la distance.*

» On tire des équations (10) et (11), jointes aux formules (12) et (13),

$$(16)\quad \begin{cases} (s^2 - \mathrm{M} - \mathrm{N}\,k^2)\,\bar{v} - (\mathfrak{M}_{\prime} + \mathfrak{N}_{\prime}k^2)\,\bar{v}_{\prime} = 0, \\ (s^2 - \mathrm{M}_{\prime} - \mathrm{N}_{\prime}k^2)\,\bar{v}_{\prime} - (\mathfrak{M} + \mathfrak{N}\,k^2)\,\bar{v} = 0; \end{cases}$$

puis on en conclut

$$(17)\quad (s^2 - \mathrm{M} - \mathrm{N}k^2)(s^2 - \mathrm{M}_{,} - \mathrm{N}_{,}k^2) - (\mathfrak{M} + \mathfrak{N}k^2)(\mathfrak{M}_{,} + \mathfrak{N}_{,}k^2) = 0,$$

ou

$$(18)\qquad \bar{\upsilon} = 0, \quad \bar{\upsilon}_{,} = 0,$$

et alors, les formules (12), (13) étant réduites à

$$(19)\qquad s^2\,\bar{\xi} = \mathrm{M}\,\bar{\xi} + \mathfrak{M}\,\bar{\xi}, \text{ etc.},$$

$$(20)\qquad s^2\,\bar{\xi}_{,} = \mathrm{M}_{,}\bar{\xi} + \mathfrak{M}_{,}\bar{\xi}, \text{ etc.},$$

on en conclut

$$(22)\qquad (s^2 - \mathrm{M})(s^2 - \mathrm{M}_{,}) - \mathfrak{M}\mathfrak{M}_{,} = 0.$$

» Les formules (17), (22) sont les équations qui, pour un double système isotrope, déterminent s^2 en fonction de u, v, w. Les équations (16), (17), (22) sont précisément celles que fournissent, pour un mouvement simple, les formules (19), (25) et (28) des pages 129 et 130 du 1er volume des *Exercices d'Analyse et de Physique mathématique*.

» Les formules (2), (3), (14), (15), (17) et (22) coïncident avec quelques-unes de celles que renferme une Lettre écrite de Christiania par M. Broch. On devait naturellement s'attendre à cette coïncidence, puisque l'auteur de la Lettre annonce lui-même qu'il a pris pour point de départ l'analyse développée dans plusieurs de mes Mémoires. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur la synthèse algébrique ; par* M. Augustin Cauchy. (Suite.)

§ II. *Solution des problèmes de Géométrie plane.*

« Avant de rechercher quels avantages peut offrir l'application de l'analyse, et particulièrement de la synthèse algébrique, à la solution des problèmes de Géométrie plane, il ne sera pas inutile de rappeler la marche que l'on doit suivre généralement pour arriver, sans le secours du calcul, à résoudre ces sortes de problèmes.

» Dans tout problème de Géométrie plane, il s'agit de tracer sur un plan,

d'après des conditions données, une ou plusieurs lignes droites ou courbes, un ou plusieurs angles, un ou plusieurs points. Le problème pourra être résolu à l'aide de la règle ou du compas, si le système entier des lignes à tracer et des lignes de construction se réduit à un système de droites et de circonférences de cercle.

» D'autre part, une droite est complétement déterminée quand on connaît deux points de cette droite; une circonférence de cercle est complétement déterminée quand on connaît le centre et un point de la circonférence, ou trois points de cette circonférence; enfin un angle est complétement déterminé quand on connaît les deux côtés de cet angle, ou, ce qui revient au même, le sommet de l'angle, et deux points situés sur les deux côtés. Donc le tracé d'un système de droites, de cercles, d'angles et de points, et par suite la solution d'un problème de Géométrie, quand ce problème sera résoluble à l'aide de la règle et du compas, pourra être réduite à la détermination d'un certain nombre de points inconnus. Nous appellerons *problème simple* celui qui se réduit à la détermination d'un seul point inconnu; *problème composé* celui qui exige la détermination de plusieurs points. Pour un problème composé, la nature de la solution peut varier, non-seulement avec le nombre et la nature des points que l'on se propose de déterminer, mais encore avec l'ordre dans lequel on les détermine; et l'on conçoit dès lors comment il arrive qu'un même problème de Géométrie peut admettre différentes solutions plus ou moins élégantes. Mais, comme les divers points inconnus doivent être nécessairement déterminés l'un après l'autre, il est clair que, pour résoudre un problème composé, il suffira toujours de résoudre successivement plusieurs problèmes simples.

» Il nous reste à dire comment un problème simple peut être résolu.

» Dans tout problème simple, le point inconnu est généralement déterminé par deux conditions, dont chacune se trouve exprimée par une équation, quand on traduit en analyse l'énoncé de ce problème. En vertu d'une seule des conditions dont il s'agit, le point inconnu ne serait pas complétement déterminé; il se trouverait seulement assujetti à coïncider avec l'un des points situés sur une certaine ligne droite ou courbe correspondante à cette condition, et représentée par l'équation qui l'exprime. Mais, si l'on a égard aux deux conditions réunies, le point inconnu, devant être situé en même temps sur les deux lignes correspondantes aux deux conditions, ne pourra être que l'un des points connus à ces deux lignes. Donc, si les deux lignes ne se rencontrent pas, le problème de Géométrie proposé sera insoluble. Il admettra une solution unique si les deux lignes se rencontrent en un seul point; il admettra plusieurs

solutions distinctes, si les deux lignes se rencontrent en plusieurs points. Ainsi un problème simple, mais déterminé, peut être considéré comme résultant de la combinaison de deux autres problèmes simples, mais indéterminés, dont chacun consiste à trouver un point qui remplisse une seule condition, ou plutôt le lieu géométrique de tous les points qui, en nombre infini, remplissent la condition donnée. Si cette condition se réduit à ce que le point inconnu se trouve sur une certaine ligne, le lieu géométrique cherché sera évidemment cette ligne elle-même. Ajoutons que très-souvent le lieu géométrique correspondant à une condition donnée comprendra le système de plusieurs lignes droites ou courbes. Ainsi, en particulier, si le point inconnu doit se trouver à une distance donnée d'une droite donnée, le lieu géométrique cherché sera le système de deux parallèles menées à cette droite, et séparées d'elle par la distance dont il s'agit.

» Remarquons encore qu'un problème simple déterminé ou indéterminé sera résoluble par la règle et le compas, si chacun des lieux géométriques qui servent à le résoudre se réduit au système de plusieurs droites et circonférences de cercle.

» Pour éclaircir ce qui vient d'être dit, nous allons indiquer ici les solutions de quelques problèmes simples et indéterminés.

» 1er *Problème.* Trouver un point qui soit situé sur une droite donnée.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est la droite elle-même.

» 2e *Problème.* Trouver un point qui soit situé sur une circonférence de cercle donnée.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est la circonférence elle-même.

» 3e *Problème.* Trouver un point qui soit à une distance donnée d'un point donné.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est la circonférence de cercle décrite du point donné comme centre avec un rayon équivalent à la distance donnée.

» 4e *Problème.* Trouver un point qui soit situé à une distance donnée d'une droite donnée.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est le système de deux droites menées parallèlement à la droite donnée, et séparées d'elle par la distance donnée.

» 5e *Problème.* Trouver un point qui soit à une distance donnée d'une circonférence de cercle donnée.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est le système de deux circonférences de cercle qui, étant concentriques à la première, offrent pour rayons respectifs le rayon de la première augmenté ou diminué de la distance donnée.

» 6e *Problème.* Trouver un point qui soit situé à égale distance de deux points donnés.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est la perpendiculaire élevée sur le milieu de la droite qui joint les deux points donnés.

» 7e *Problème.* Trouver un point qui soit situé à égale distance de deux droites parallèles données.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est une troisième droite parallèle aux deux autres, et qui divise leur distance mutuelle en parties égales.

» 8e *Problème.* Trouver un point qui soit à égale distance de deux droites qui se coupent.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est le système de deux nouvelles droites qui divisent en parties égales les angles compris entre les deux droites données.

» 9e *Problème.* Trouver un point situé à égale distance des circonférences de deux cercles concentriques donnés.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est une troisième circonférence de cercle, concentrique aux deux autres, et qui divise leur distance mutuelle en parties égales.

» 10e *Problème.* Trouver un point duquel on voie une droite donnée en longueur et en direction, sous un angle droit.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est une circonférence de cercle qui a pour diamètre la droite donnée.

» 11e *Problème.* Trouver un point duquel on voie une droite, donnée en longueur et en direction, sous un angle aigu ou obtus.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est le système de deux segments de cercle, construits sur cette droite comme corde, et capables de l'angle donné.

» 12e *Problème.* Trouver un point dont les distances à deux points donnés soient entre elles dans un rapport donné.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est une circonférence de cercle, dont un diamètre a pour extrémités les deux points qui

remplissent la condition prescrite, sur la droite menée par les deux points donnés.

» 13e *Problème.* Trouver un point dont les distances à deux droites données soient entre elles dans un rapport donné.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est le système de deux nouvelles droites qui divisent les angles compris entre les deux droites données en parties dont les sinus sont entre eux dans le rapport donné.

» 14e *Problème.* Trouver un point dont les distances à deux points donnés fournissent des carrés dont la différence soit un carré donné.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est la perpendiculaire élevée, sur la droite qui joint les deux points donnés par le point de cette droite qui remplit la condition donnée.

» 15e *Problème.* Trouver un point dont les distances à deux points donnés fournissent des carrés dont la somme soit un carré donné.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est la circonférence de cercle, dont un diamètre a pour extrémités les deux points qui remplissent la condition prescrite, sur la droite menée par les deux points donnés.

» 16e *Problème.* Trouver un point tel que l'oblique menée de ce point à une droite sous un angle donné ait une longueur donnée.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est le système de deux nouvelles droites menées, parallèlement à la droite donnée, par les extrémités d'une sécante qui, ayant son milieu sur cette droite, la coupe sous l'angle donné, et qui offre d'ailleurs une longueur double de la longueur donnée.

» 17e *Problème.* Trouver un point tel que la sécante menée de ce point à une circonférence de cercle, parallèlement à une droite donnée, ait une longueur donnée.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est le système de deux nouvelles circonférences, dont les rayons sont égaux à celui de la circonférence donnée, et dont les centres sont les extrémités d'une droite qui, ayant pour milieu de centre la circonférence donnée, est parallèle à la droite donnée, et présente une longueur double de la longueur donnée.

» 18e *Problème.* Étant donnés un point et une droite, trouver un second point qui soit le milieu d'une sécante menée d'un point à la droite.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est une nouvelle

droite menée parallèlement à la droite donnée, et qui divise en parties égales la distance du point donné à cette droite.

» 19ᵉ *Problème.* Étant donnés un point et une circonférence de cercle, trouver un second point qui soit le milieu d'une sécante menée de ce point à la circonférence.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est une nouvelle circonférence de cercle, qui a pour rayon la moitié du rayon de la circonférence donnée, et pour centre le milieu de la distance du point donné au centre du cercle donné.

» 20ᵉ *Problème.* Trouver un point dont la distance à un point donné ait son milieu sur une droite donnée.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est une nouvelle droite, menée parallèlement à la droite donnée, à une distance égale à celle qui sépare cette droite du point donné.

» 21ᵉ *Problème.* Trouver un point dont la distance à un point donné ait son milieu sur la circonférence d'un cercle donné.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est une nouvelle circonférence de cercle, qui a pour rayon le double du rayon de la circonférence donnée, et pour centre l'extrémité d'une droite dont la moitié est la distance du point donné au centre du cercle donné.

» 22ᵉ *Problème.* Étant donnés deux points symétriquement placés de part et d'autre d'un certain axe, trouver un troisième point tel que la droite menée de ce troisième point au premier, rencontre l'axe donné à égale distance du second point et du troisième.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est une droite menée parallèlement à l'axe donné, à une distance égale à celle qui sépare cet axe du point donné.

» 23ᵉ *Problème.* Étant donnés un cercle et une corde, trouver un point tel que la droite menée de ce point à l'une des extrémités de la corde, rencontre la circonférence du cercle à égale distance de ce point et de l'autre extrémité.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est le système de deux nouvelles circonférences de cercles, qui ont pour corde commune la corde donnée, et pour centres les extrémités du diamètre perpendiculaire à cette corde dans le cercle donné.

» 24ᵉ *Problème.* Étant données deux droites perpendiculaires l'une à l'autre, trouver un point qui soit le milieu d'une sécante de longueur donnée, comprise entre ces deux droites.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est une circonférence de cercle qui a pour centre le point commun aux deux droites, et pour rayon la moitié de la longueur donnée.

» 25e *Problème.* Trouver, dans un cercle donné, un point qui soit le milieu d'une corde de longueur donnée.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est une circonférence de cercle qui a pour centre le centre même du cercle donné, et pour rayon la distance de ce centre à l'une quelconque des cordes, tracées de manière à offrir la longueur donnée.

» 26e *Problème.* Trouver, hors d'un cercle donné, un point qui soit l'extrémité d'une tangente de longueur donnée.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est une circonference de cercle qui a pour centre le centre même du cercle donné, et pour rayon la distance de ce centre à l'extrémité de l'une quelconque des tangentes tracées de manière à offrir la longueur donnée.

» 27e *Problème.* Trouver, hors d'un cercle donné, le point de concours de deux tangentes menées par les extrémités d'une corde qui renferme un point donné.

» *Solution.* Le lieu géométrique qui résout ce problème est la polaire correspondante au point donné.

» Les solutions que nous venons d'énoncer se déduisent aisément de divers théorèmes bien connus de Géométrie. Nous pourrions d'ailleurs indiquer encore un grand nombre de problèmes simples et indéterminés dont les solutions se réduiraient pareillement à des systèmes de lignes droites et de circonférences de cercles. Observons de plus qu'étant données les solutions de n problèmes de cette espèce, dans chacun desquels le point inconnu est assujetti à une seule condition, on pourra en déduire immédiatement les solutions de $\frac{n(n+1)}{2}$ problèmes simples et déterminés, dans chacun desquels le point inconnu serait assujetti à deux conditions. En effet, pour obtenir un problème simple et déterminé, il suffira de combiner entre elles deux conditions correspondantes à deux problèmes simples et indéterminés, ou même deux conditions pareilles l'une à l'autre et correspondantes à un seul problème indéterminé. D'autre part, on sait que le nombre des combinaisons différentes que l'on peut former avec n quantités, combinées deux à deux de toutes les manières possibles, est

$$\frac{n(n-1)}{2}.$$

Or, en ajoutant à ce nombre celui des quantités elles-mêmes, on obtiendra la somme

$$\frac{n(n-1)}{2}+n=\frac{n(n+1)}{2}.$$

Cette somme croît très-rapidement pour des valeurs constantes de n. Si l'on pose en particulier $n=27$, on trouvera $\frac{n(n+1)}{2}=378$. Ainsi les solutions des 27 problèmes indéterminés, que nous avons énoncés plus haut, fournissent déjà le moyen de résoudre 378 problèmes simples et déterminés.

» Pour faire mieux saisir les principes que nous venons de rappeler, appliquons-les à la solution de quelques problèmes déterminés.

» Supposons d'abord qu'il s'agisse de mener une tangente à un cercle par un point extérieur. La question pourra être réduite à la recherche du point inconnu où la tangente touchera le cercle. D'ailleurs les deux conditions auxquelles le point de contact devra satisfaire sont, 1° que ce point soit situé sur la circonférence du cercle, 2° que de ce point on voie sous un angle droit la distance qui sépare le point donné du centre du cercle. Donc la question à résoudre sera un problème déterminé résultant de la combinaison des problèmes indéterminés 2 et 11. Les solutions combinées des problèmes 2 et 11 fourniront effectivement les deux solutions connues du problème proposé.

» Supposons en second lieu qu'il s'agisse de circonscrire un cercle à un triangle donné. La question pourra être réduite à la recherche du centre du cercle. D'ailleurs les deux conditions auxquelles ce centre devra satisfaire seront d'être non-seulement à égale distance du premier et du second sommet du triangle donné, mais encore à égale distance du premier sommet et du troisième. Donc la question à résoudre sera un problème déterminé résultant de la combinaison de deux problèmes déterminés semblables l'un à l'autre et au problème 6. Effectivement, la solution du problème 6, deux fois répétée, fournira deux lieux géométriques réduits à deux droites qui se couperont en un seul point, et l'on obtiendra ainsi la solution connue du problème proposé.

» Supposons encore qu'il s'agisse de tracer un cercle tangent aux trois côtés d'un triangle donné. La question pourra être réduite à la recherche du centre du cercle. D'ailleurs les deux conditions auxquelles ce centre devra satisfaire seront d'être non-seulement à égale distance du premier et du second côté du triangle donné, mais encore à égale distance du premier côté et du troisième. Donc la question à résoudre sera un problème

déterminé résultant de la combinaison de deux problèmes indéterminés semblables l'un à l'autre et au problème 8. Effectivement, la solution du problème 8, deux fois répétée, fournira deux lieux géométriques qui, réduits chacun au système de deux droites, se couperont mutuellement en quatre points, et l'on obtiendra ainsi les quatre solutions connues du système proposé.

» Supposons enfin qu'il s'agisse d'inscrire, entre une corde d'un cercle et sa circonférence, une droite égale et parallèle à une droite donnée. La question pourra être réduite à la recherche de l'un quelconque des deux points inconnus qui formeront les deux extrémités de cette droite, et par suite à un problème déterminé résultant de la combinaison de deux problèmes indéterminés, savoir, des problèmes 1 et 17, ou des problèmes 2 et 16. Effectivement, à l'aide de cette combinaison, l'on résoudra sans peine la question proposée, et l'une des extrémités de la droite cherchée se trouvera déterminée ou par la rencontre de la circonférence de cercle donnée avec une nouvelle droite, ou par la rencontre de la corde donnée avec une nouvelle circonférence de cercle. On voit ici comment la solution obtenue peut se modifier, quand on vient à intervertir l'ordre dans lequel se déterminent les points inconnus.

» La construction du lieu géométrique qui correspond à un problème simple et indéterminé peut exiger elle-même la résolution d'un ou de plusieurs problèmes déterminés. On doit observer à ce sujet que, dans le cas où le problème est résoluble par la règle et le compas, le lieu géométrique dont il s'agit doit se réduire à un système de droites et de cercles. Donc, puisque chaque droite ou chaque circonférence de cercle se trouve complétement déterminée, quand on en connaît deux ou trois points, la construction du lieu géométrique, correspondant à un problème simple et indéterminé, pourra toujours se déduire de la construction d'un certain nombre de points propres à vérifier la condition que doit remplir, en vertu de l'énoncé du problème, le point inconnu.

» Ainsi, en particulier, s'agit-il de résoudre le problème 6, c'est-à-dire de trouver un point qui soit situé à égale distance de deux points donnés, et par conséquent de construire le lieu géométrique qui renfermera tout point propre à remplir cette condition? On commencera par chercher un semblable point, par exemple, celui dont la distance aux points donnés est une longueur donnée suffisamment grande. Or, la solution de ce dernier problème se déduira immédiatement de la solution du problème 3, deux fois répétée; et fournira

même d'un seul coup deux points qui rempliront la condition proposée, par conséquent, deux points qui suffiront pour déterminer le lieu géométrique demandé.

» Ainsi encore s'agit-il de résoudre le problème 15, c'est-à-dire de trouver un point dont les distances à deux points donnés fournissent des carrés dont la somme soit un carré donné, et par conséquent de construire le lieu géométrique qui renferme tout point propre à remplir cette condition? On pourra commencer par chercher un semblable point, par exemple celui qui sera situé à égale distance des deux points donnés, et par conséquent séparé de chacun d'eux par une distance équivalente à la moitié de la diagonale du carré donné. Or, la solution de ce dernier problème se déduira encore immédiatement de la solution du problème 3, deux fois répétée; et fournira même d'un seul coup deux points qui rempliront la condition proposée. Il y a plus; ces deux points seront précisément les deux extrémités d'un diamètre du cercle, dont la circonférence représentera le lieu géométrique demandé.

» Dans le paragraphe qu'on vient de lire, nous nous sommes contenté de rappeler la marche que l'on doit généralement suivre quand on se propose de résoudre, sans le secours de l'analyse, les problèmes de Géométrie plane. Il était bon d'entrer à ce sujet dans quelques détails, pour faire plus facilement comprendre ce qui nous reste à dire sur l'application de l'analyse à la solution de ces mêmes problèmes.

» Du reste, autant que j'en puis juger lorsque je consulte des souvenirs qui remontent déjà fort loin, ce que j'ai dit ici sur la résolution des problèmes de Géométrie n'est que le développement de quelques-uns des principes exposés par M. Dinet dans le cours si utile que cet habile professeur faisait au lycée Napoléon, il y a près de quarante années. »

« M. **Isidore Geoffroy-Saint-Hilaire** présente la partie mammalogique et ornithologique de la Zoologie du *Voyage dans l'Inde* de Victor Jacquemont; texte (1).

» Ce travail renferme la description des objets nouveaux ou imparfaitement connus qui faisaient partie des collections recueillies dans l'Inde par Jacquemont, et les résultats des recherches faites à leur occasion par M. Isidore

---

(1) Les deux premiers chapitres de ce travail ont été communiqués à l'Académie dans sa séance du 10 octobre 1842; *voir* les *Comptes rendus*, t. XV, p. 716.

Geoffroy sur divers groupes mammalogiques, notamment sur les genres indiens de la grande famille des Singes, et sur le genre *Felis* de Linné.

» Les espèces nouvelles décrites dans ce travail appartiennent aux genres suivants : *Hylobates, Semnopithecus, Felis, Pteromys, Arctomys, Antilope,* et, parmi les oiseaux, *Ardea.* »

RAPPORTS.

PHYSIQUE. — Rapport sur un Mémoire de MM. DE LA PROVOSTAYE et DESAINS ayant pour titre : *Mémoire sur la chaleur latente de fusion de la glace.*

(Commissaires, MM. Biot, Pouillet, Regnault rapporteur.)

« La chaleur latente de fusion de la glace a été déterminée successivement par plusieurs expérimentateurs, mais les nombres qu'ils ont obtenus présentent de grandes différences. Les physiciens ont accordé le plus de confiance aux résultats obtenus par Lavoisier et Laplace. Dans deux expériences faites au moyen de leur calorimètre à glace, ces deux savants illustres ont trouvé pour la chaleur latente de fusion de la glace : 73°,39 et 76°,07.

» Ils ont proposé, en nombres ronds, 75, et ce coefficient a été depuis adopté sans contrôle par tous les physiciens.

» MM. de la Provostaye et Desains ont pensé avec raison que cette donnée importante avait besoin d'être déterminée par de nouvelles observations, et ils ont entrepris une longue série d'expériences qui leur a donné, pour la chaleur latente de fusion de la glace, un nombre beaucoup plus fort que celui proposé par Lavoisier et Laplace, savoir, 79 au lieu de 75.

» La méthode employée par MM. de la Provostaye et Desains est la méthode des mélanges, qui est en effet la seule qui puisse donner dans cette circonstance des résultats précis.

» Un petit vase en laiton très-mince était rempli d'une certaine quantité d'eau ayant une température supérieure de 10 degrés environ à celle de l'air ambiant. On le pesait avec l'eau qu'il contenait et le thermomètre qui en indiquait la température, puis on le transportait rapidement sur un support isolant en bois, sur lequel il ne posait que par trois points. Un des observateurs agitait le liquide et observait la température, l'autre essuyait

soigneusement avec du papier joseph un morceau de glace taillé à l'avance, qu'il introduisait ensuite dans l'eau du vase. On suivait alors la marche du thermomètre, en maintenant l'eau continuellement en agitation et notant le temps sur une montre à secondes.

» La température finale était toujours peu différente de celle des corps environnants; ordinairement elle lui était inférieure de 1 à 2 degrés. La température finale observée avait besoin d'être corrigée des pertes et gains de chaleur que subissait le vase, par suite de ses différences de température par rapport à l'air ambiant. Les éléments de cette correction étaient fournis par l'observation des températures descendantes faites dans chaque expérience pendant la fusion de la glace, et par quelques expériences directes sur les vitesses de refroidissement de l'air pour un excès donné de température.

» On obtenait le poids de la glace en replaçant de nouveau, après l'expérience, le vase sur le plateau de la balance; l'augmentation de poids par rapport à la première pesée donnait nécessairement le poids de la glace fondue. Ce poids subissait une petite correction, provenant de ce que l'eau du vase éprouvait, pendant la durée de l'expérience, une petite perte par volatilisation, dont on tenait compte d'après quelques déterminations préliminaires.

» Enfin, la glace, au moment où on l'introduisait dans l'eau, était toujours un peu mouillée à la surface. MM. de la Provostaye et Desains ont cherché à évaluer la petite couche d'eau liquide qui pouvait se trouver à la surface, en essuyant des morceaux de glace tout semblables, et dans des circonstances identiques, avec une petite feuille de papier joseph pesée, et déterminant l'augmentation de poids produite par l'eau liquide qui s'imbibait dans ce papier.

» La quantité de glace employée dans une expérience variait depuis 14 grammes jusqu'à 80 grammes. Le poids de l'eau employée à la fusion était, dans ces deux cas extrêmes, 155 et 700 grammes.

» La moyenne de dix-sept observations concordantes a donné, pour la chaleur latente de fusion de la glace, le nombre 79,1.

» MM. de la Provostaye et Desains ont apporté dans leurs expériences tous les soins qui pouvaient en assurer la précision. Le grand nombre de déterminations qu'ils ont faites dans des circonstances variées ne peut laisser que peu de doutes sur l'exactitude du résultat qu'ils ont annoncé. Vos Commissaires n'ont pas eu besoin de se livrer à de nouvelles expériences pour le

vérifier; l'un d'eux (le rapporteur) s'était occupé à plusieurs reprises de la même détermination, et ses expériences l'avaient conduit précisément au même nombre que celui trouvé par MM. de la Provostaye et Desains.

» Nous allons indiquer sommairement ces expériences.

» Les premières expériences ont été exécutées pendant l'hiver de 1841 à 1842, avec de la neige cristalline très-pure, recueillie sur une terrasse, la température de l'air et celle de la neige étant un peu au-dessous de zéro. Ces conditions paraissaient les plus favorables pour obtenir des résultats très-précis, parce qu'elles permettaient d'opérer sur la glace parfaitement sèche, mais en même temps en parties assez fines pour se fondre presque instantanément dans l'eau. On ne put faire de cette manière que quatre déterminations, parce que le dégel arriva.

» Je me proposais de continuer ces expériences pendant l'hiver de 1843, mais celui-ci a été tellement doux à Paris, qu'il n'y eut pas un seul jour présentant les conditions favorables. Je me décidai alors à faire une série d'expériences sur de la glace fondante en morceaux très-purs et bien compactes. Les résultats obtenus dans cette seconde série se sont trouvés complétement d'accord avec ceux de la première.

» Nous décrirons en peu de mots la manière dont ces expériences ont été faites, en commençant par celles exécutées avec de la neige.

» Une petite corbeille en toile métallique, semblable à celles que j'ai employées dans mes recherches sur les chaleurs spécifiques (*Annales de Chimie et de Physique*, tome LXXIII, page 20), était remplie de neige, puis enterrée complétement dans la neige extérieure. Le réservoir d'un thermomètre, dont le zéro avait été vérifié quelques instants auparavant, était maintenu plongé dans la neige de la corbeille. On laissait le tout pendant une demi-heure ou une heure, puis on notait la température du thermomètre, qui était un peu au-dessous de zéro, ainsi que celle de l'air ambiant.

» D'un autre côté, on avait placé, dans un petit vase en laiton très-mince, une certaine quantité d'eau à une température convenable; un thermomètre à réservoir très-long et très-fin (par suite extrêmement sensible) plongeait dans cette eau. On déterminait rapidement le poids de l'eau, et on plaçait l'appareil au-devant d'une lunette horizontale, au moyen de laquelle on lisait la température du petit thermomètre, l'eau ayant été préalablement agitée. Au moment même où l'on notait la température, un aide enlevait la corbeille remplie de neige, au moyen des petits cordons de soie qui servent à la suspendre, et la plongeait dans l'eau du vase. La corbeille étant conti-

nuellement agitée dans le liquide, la fusion de la neige était extrêmement rapide, et n'exigeait jamais plus de 1 minute à $1^m 15^s$. L'observateur suivait en même temps le thermomètre avec la lunette, et notait la température minimum.

» L'appareil était alors immédiatement remis sur la balance; l'augmentation de poids par rapport à la première pesée, indiquait le poids de la corbeille, plus de la neige contenue, ce qui donnait nécessairement le poids de la glace fondue.

» Cette expérience donne tous les éléments nécessaires pour calculer la chaleur latente de fusion de la glace; il faut seulement corriger la température minimum observée de la fraction de degré perdue pendant le temps de l'expérience, par le refroidissement propre du vase, dont la température était supérieure à celle de l'air de la chambre. Cette correction, toujours très-petite, était déterminée par des expériences directes.

» Le vase, ainsi que le petit thermomètre, étaient les mêmes que ceux que j'avais employés dans mes recherches sur les chaleurs spécifiques; on a par conséquent (*Annales de Chimie et de Physique,* t. LXXIII, p. 31) :

Valeur en eau du vase....................	5,18
Valeur de la partie plongée du thermomètre...	0,52
Total............	5,60
Poids de la corbeille, 11gr,25. Valeur en eau.	1,06

» La température de la glace était inférieure à zéro, mais seulement d'une fraction de degré; par conséquent, la glace, avant de se fondre, absorbait une certaine quantité de chaleur pour monter à zéro. La détermination de cette quantité exige la connaissance de la capacité calorifique de la glace; j'ai admis qu'elle était la même que celle de l'eau. Cette supposition ne peut apporter d'erreur sensible sur la détermination de la chaleur de fusion, à cause de la petite distance de la température de la glace du zéro de l'échelle.

» Le tableau suivant renferme les résultats obtenus :

GLACE fondue.	TEMPÉRAT. de la glace.	POIDS de l'eau.	TEMPÉRAT. initiale.	TEMPÉRAT. finale observée.	TEMPÉRAT. finale corrigée.	TEMPÉRAT. de l'air de la chambre	TEMPS de la fusion.	CHALEUR de fusion.
gr. 46,81	— 0°61	gr. 461,94	15°813	7°000	7°082	+ 2°6	1^m30^s	79,40
43,77	— 0,06	461,33	16,865	8,534	8,629	+ 2,9	1^m15^s	79,14
49,90	— 0,51	462,05	15,756	6,503	6,525	+ 6,3	1^m15^s	79,24
50,45	— 0,32	462,20	16,122	6,776	6,798	+ 6,4	1^m30^s	79,19
						Moyenne.........		79,24

» Les expériences avec la glace fondante étaient exécutées de la manière suivante :

» Un vase, en laiton très-mince, de plus grande capacité que celui qui avait servi aux expériences précédentes, était posé sur trois pointes en bois, dans un second vase en cuivre, de dimensions un peu plus grandes, et qui enveloppait le premier vase de toutes parts. Le fond de ce second vase débordait un peu les parois latérales, et sur le rebord se trouvaient soudées trois tiges de laiton verticales qui se recourbaient et se réunissaient en un anneau, à 3 décimètres au-dessus du vase. Cette disposition permettait de transporter facilement et avec rapidité le vase plein d'eau, et de l'accrocher au-dessous du plateau d'une balance.

» L'une des trois tiges verticales portait un anneau horizontal dans lequel se trouvait fixé le petit thermomètre dont le réservoir plongeait dans l'eau du vase intérieur.

» On mettait dans le vase intérieur une certaine quantité d'eau à une température convenable, ainsi qu'une petite spatule en clinquant destinée à agiter l'eau.

» On prenait le poids de l'appareil disposé pour l'expérience, et on l'apportait rapidement dans une place déterminée, au devant d'une lunette horizontale; l'eau était agitée pendant quelques instants par un aide au moyen de la petite spatule que l'on tenait par une pince, et l'observateur notait le thermomètre.

» D'un autre côté, on avait préparé à l'avance plusieurs morceaux de glace choisis dans des blocs bien compactes, et autant que possible exempts

de bulles; on les avait placés sur plusieurs doubles de papier joseph. Au moment même où l'observateur notait la température initiale, l'aide essuyait le premier fragment de glace dans un linge bien absorbant, et le portait immédiatement dans l'eau du vase, en le prenant avec une pince; il se mettait alors à agiter le liquide continuellement avec la spatule. Les autres fragments de glace, convenablement essuyés, étaient ajoutés immédiatement après par l'observateur lui-même, qui se transportait après cela à la lunette, pour suivre la marche du thermomètre. Le thermomètre descend d'abord très-rapidement. On commençait à noter les températures une minute environ après l'observation de la température initiale, et l'on continuait de demi-minute en demi-minute, jusqu'au moment du minimum, qui arrivait ordinairement cinq minutes après l'observation de la température initiale. Le minimum de température s'observait avec la plus grande rigueur dans la lunette; il avait lieu au moment même où les dernières parcelles de glace disparaissaient, parce que le thermomètre, à cause de son réservoir très-long et extrêmement mince, se mettait presque instantanément en équilibre dans l'eau continuellement agitée.

» On portait alors immédiatement l'appareil à la balance, et on déterminait l'augmentation de poids qui donnait le poids de la glace fondue.

» Les données immédiates de l'expérience ont besoin de subir plusieurs corrections, dont la plus importante est celle à faire sur la température finale observée. La température initiale s'observait à peu près au moment où le premier morceau de glace était plongé dans l'eau. La température finale était en erreur de la quantité dont le thermomètre s'était abaissé par le fait du refroidissement du vase dans l'air. Cette quantité est impossible à déterminer d'une manière précise, il faut donc s'arranger de manière à ce qu'elle soit la plus petite possible. Pour cela, on prend l'eau à une température initiale, telle qu'après la fusion de la glace, elle descende à un petit nombre de degrés au-dessous de la température ambiante. Dans ces expériences, le thermomètre du vase marquait la température de l'air ambiant au bout de $1^m 15^s$ à $1^m 30^s$, à partir de l'observation de la température initiale : on admettait que pendant ce temps l'eau était restée à une température constante égale à la moitié de l'excès initial, et l'on calculait, d'après cette donnée, la perte de chaleur éprouvée pendant ce temps. A partir de ce moment, jusqu'à celui de l'observation de la température minimum, qui avait lieu au bout de cinq minutes, le vase gagnait au contraire de la chaleur, puisqu'il se trouvait au-dessous de la température ambiante. On déterminait ce gain en tenant compte des observations faites de demi-minute en demi-minute sur le thermo-

mètre. Les éléments de cette correction étaient d'ailleurs déterminés par une série d'expériences directes pour les excès positifs ou négatifs de température observés.

» La correction qui résulte de là est toujours très-petite, elle ne s'élève jamais à 0°,1, et le plus souvent elle est beaucoup plus faible. Cette condition est essentielle, et, pour qu'elle soit sûrement remplie, il est nécessaire d'opérer sur une masse d'eau un peu considérable; celle-ci était d'environ 900 grammes dans toutes mes expériences.

» Les températures initiales et finales doivent subir encore une petite correction qui tient à ce que les colonnes de mercure ne sont pas à la même température que le réservoir : la correction résultante ne s'élève qu'à quelques centièmes de degré.

» Une seconde cause d'erreur tient à ce que la glace, bien qu'elle ait été préalablement essuyée avec le plus grand soin, arrive nécessairement dans le vase, couverte d'une faible couche liquide. Cette quantité d'eau liquide est extrêmement petite : on peut la négliger, d'autant plus qu'il est impossible de la déterminer avec quelque précision; au reste, j'ai employé tantôt la glace en deux gros morceaux et tantôt en cinq ou six, ce qui augmentait nécessairement la surface, mais je n'ai pas reconnu de différence sensible.

» Une troisième cause d'erreur tient à la vaporisation de l'eau du vase pendant la durée de l'expérience, ce qui tend à faire paraître la quantité de glace ajoutée plus petite qu'elle n'est réellement, et, par conséquent, à donner une valeur trop grande à la chaleur de fusion; pour atténuer autant qu'on le peut cette erreur, il faut opérer le plus rapidement possible. La balance pesait facilement 1 kilogramme, à 1 ou 2 milligrammes près; mais on se contentait de faire les pesées au centigramme, ce qui était plus que suffisant et permettait d'aller plus vite; la balance conservait d'ailleurs la même tare. La disposition donnée au vase entre les trois tiges verticales terminées par un anneau avait pour but de faciliter le transport et de le rendre très-rapide. C'est principalement après la première pesée, avant l'immersion de la glace, que la perte par vaporisation est à craindre; après l'immersion, la température descend beaucoup, et la perte par vaporisation devient beaucoup plus faible. L'immersion de la glace avait lieu une minute après la pesée.

» On a fait quelques expériences pour déterminer la perte par vaporisation pour différentes températures, l'eau étant d'ailleurs agitée comme dans les expériences véritables; elles ont donné les résultats suivants :

TEMPÉRATURE DE L'EAU.	TEMPÉRATURE DE L'AIR.	PERTE PAR VAPORISATION en 10 minutes.
		gr.
13°,39	13°,5	0,050
16°,30	13°,5	0,127
19°,96	13°,5	0,230
24°,54	13°,5	0,400

» La perte par vaporisation, dans une de mes expériences, s'élève au plus, d'après ces données, à $0^{gr},07$; elle est complétement négligeable par rapport à un poids de plus de 100 grammes de glace fondue. On peut d'ailleurs admettre que cette cause d'erreur, qui tend à rendre la chaleur latente trop forte, est compensée par la cause qui tend à la rendre trop faible et qui tient à ce que la glace est toujours un peu mouillée.

» Le tableau suivant renferme tous les résultats obtenus.

Poids du vase de laiton, plus spatule, $68^{gr},520$. Valeur en eau.	$6^{g}434$
Valeur en eau de la partie plongée du thermomètre.	0,516
Total.	6,950

qu'il faut ajouter à chacun des poids d'eau placés dans le vase.

POIDS de la glace fondue.	POIDS de l'eau dans le vase	TEMPÉRAT. initiale.	TEMPÉRAT. finale observée.	TEMPÉRAT. finale corrigée.	TEMPÉRAT. de l'air ambiant.	DURÉE de la fusion.	CHALEUR LATENTE de fusion.
gr. 88,75	gr. 918,85	23°315	14°719	14°308	14°0	4m	79°22
123,23	898,45	23,657	11,315	11,355	14,2	5.30s	79,06
125,15	921,22	24,516	12,156	12,226	14,2	4.30	78,99
116,02	918,80	25,905	14,220	14,220	15,2	3.30	79,07
110,00	927,75	20,319	9,866	9,841	13,0	5	79,16
135,70	940,65	20,110	7,726	7,680	13,2	5	79,06
138,42	929,60	22,516	9,375	9,368	13,5	5	79,51 (*)
130,90	934,35	20,119	8,018	7,995	12,5	5.30	79,16
120,67	944,95	19,810	8,716	8,703	12,7	5	78,89
127,25	905,75	21,334	9,100	9,088	13,0	5	78,74
128,67	932,20	22,833	10,582	10,583	13,3	5	78,83
120,25	935,70	20,593	9,308	9,294	13,5	5	79,26
137,06	901,77	21,334	8,226	8,192	13,7	5	78,93
					Moyenne		$\frac{1027,88}{13} = 79,06$

(*) Le nombre donné par cette expérience est un peu trop fort, parce qu'on a remarqué la projection d'une petite gouttelette d'eau au moment de l'immersion d'un des fragments de glace; ce qui a fait paraître le poids de la glace fondue un peu trop faible.

» Les résultats de cette série d'expériences s'accordent très-bien avec ceux de la première série; la moyenne est presque identique avec celle trouvée par MM. de la Provostaye et Desains.

» Vos Commissaires pensent, d'après l'ensemble de ces recherches, que l'on ne pourra faire qu'une erreur très-petite en admettant, en nombres ronds, 79 unités pour la chaleur latente de fusion de la glace.

» Ils ont l'honneur de proposer à l'Académie de donner son approbation au travail de MM. de la Provostaye et Desains, et d'ordonner que leur Mémoire soit inséré parmi ceux des *Savants étrangers*. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — Rapport sur un Mémoire de M. **J. Payer**, ayant pour titre : *Sur la tendance des tiges vers la lumière.*

(Commissaires, MM. de Mirbel, Dutrochet, Becquerel rapporteur.)

« On sait que lorsqu'une tige de jeune plante est placée dans un lieu qui ne reçoit de la lumière que d'un seul côté, elle s'infléchit généralement vers l'endroit le plus éclairé, en tournant sa convexité vers la partie la plus obscure. Ce phénomène, si prononcé dans les jeunes tournesols, est connu depuis très-longtemps sous la dénomination de *tendance des tiges vers la lumière,* et a attiré l'attention d'un grand nombre de physiologistes qui ont émis diverses opinions sur la cause de sa production. Ces opinions n'auraient pas présenté probablement autant de divergence si elles eussent reposé sur des expériences exactes, relatives au mode d'action de la lumière, c'est-à-dire si ces physiologistes eussent recherché quelles étaient les différentes parties du rayonnement solaire qui donnaient lieu à ce phénomène et pouvaient influer sur les réactions chimiques produites dans les tissus des végétaux. C'est cette direction que vient de suivre M. Payer dans un Mémoire qu'il a présenté dernièrement à l'Académie, et renvoyé à l'examen d'une Commission composée de MM. de Mirbel, Dutrochet et de moi. Ce jeune botaniste, qui a pris pour sujet de ses expériences de jeunes tiges de cresson alénois dont les graines avaient germé à l'ombre, a constaté d'abord ce fait, qu'en plaçant ces jeunes tiges dans une boîte, et les éclairant par deux lumières inégales, au lieu de s'infléchir dans le sens de la résultante, elles se dirigent toujours dans le sens de la plus forte (1). Ce fait a été vérifié par vos Commissaires. Il a examiné ensuite l'action des rayons différemment réfrangibles qui accompagent la lumière solaire, en se servant d'abord d'écrans de verre coloré, puis d'un spectre rendu fixe au moyen d'un héliostat.

» On sait qu'en général les verres colorés interceptent, non-seulement certaines parties du spectre lumineux, mais encore les rayons chimiques, calorifiques, etc., de même réfrangibilité; de sorte qu'en employant des verres bien analysés à l'aide d'un prisme, on peut connaître approximativement les parties du rayonnement solaire produisant une réaction déterminée; néanmoins les expériences ne peuvent présenter des résultats exacts qu'au-

(1) On se sert ici du mot lumière pour désigner l'ensemble des rayons qui émanent du Soleil, et il est bien entendu que l'inflexion des tiges n'est pas due à l'action des rayons perceptibles par l'organe de la vision, mais bien à des rayons qui les accompagnent.

tant qu'elles sont répétées en faisant usage du spectre solaire, car il pourrait se faire que, dans le premier cas, des rayons autres que les rayons lumineux, et possédant d'autres réfrangibilités, traversassent aussi ces verres, inconvénient qui n'existe pas avec le spectre.

» M. Payer a compris cette différence; aussi a-t-il opéré successivement avec ces deux modes d'expérimentation. Les quatre verres dont il a fait usage, analysés avec un prisme, ne laissaient passer

» Le n° 1, que le rouge;

» Le n° 2, le rouge, l'orangé, le jaune et le vert;

» Le n° 3, le rouge, l'orangé, le jaune, le vert et le bleu;

» Le n° 4, le rouge et le violet.

» Il a montré devant vos Commissaires que les deux premiers verres placés devant les jeunes tiges qui ne recevaient de lumière que celle transmise par ces mêmes verres, étaient inhabiles à les faire infléchir, tandis que les deux derniers produisaient assez rapidement le phénomène. Ces expériences tendent donc à démontrer que la partie du spectre solaire comprise depuis le rouge jusqu'au bleu est inhabile à produire le phénomène d'inflexion, tandis que l'autre portion du spectre, au contraire, le produit à un degré très-marqué.

» Ayant expérimenté ensuite à l'aide du spectre solaire, rendu fixe au moyen d'un héliostat, M. Payer a trouvé également que la partie bleue et la partie violette faisaient infléchir les jeunes tiges de cresson, tandis que la partie des rayons les moins réfrangibles ne donnait pas lieu à ce phénomène. Il a constaté en outre que la partie bleue agissait plus efficacement que la partie violette, ce qui tend à montrer que le maximum d'action se trouve environ dans le bleu prismatique.

» Il est à regretter que M. Payer n'ait pas recherché si des rayons situés au delà du violet du spectre, et par conséquent dans la partie invisible où se trouvent des rayons jouissant de propriétés chimiques, n'étaient pas aptes également à produire le phénomène.

» Les expériences de M. Payer ont été faites dans une bonne direction, avec des procédés d'une certaine exactitude : il est à désirer qu'elles soient continuées, car elles ne peuvent manquer de conduire à la découverte de faits importants qui éclaireront plusieurs points encore obscurs de la physiologie végétale relatifs à l'action du rayonnement solaire sur les plantes.

» Il est nécessaire toutefois de multiplier ces expériences, afin de recueillir un grand nombre de faits avant de hasarder des explications qui pourraient être détruites par des découvertes ultérieures.

» Nous conseillons à M. Payer d'examiner, à l'aide de spectres fixes convenablement épurés, obtenus avec des prismes de diverses substances, si les rayons solaires agissent de la même manière sur les tiges des différentes plantes, c'est-à-dire si ce sont les mêmes portions du rayonnement solaire qui opèrent leur inflexion, et si, dans chaque plante, les portions de ce rayonnement qui produisent la coloration verte de la chlorophylle, ne seraient pas les mêmes que celles qui opèrent l'inflexion de ces mêmes tiges.

» Il serait aussi intéressant d'étudier l'influence des divers rayonnements sur les phénomènes qui s'opèrent dans les végétaux, sous l'influence de la lumière, tels que l'exhalaison aqueuse, le sommeil, etc. Ces expériences, mises en regard de celles relatives à l'inflexion des tiges, présenteraient d'autant plus d'intérêt, que l'on a cru remarquer que certaines plantes éprouvaient un effet inverse, c'est-à-dire qu'au lieu de s'infléchir vers la partie la plus éclairée d'une pièce, elles semblaient fuir la lumière.

» Vos Commissaires vous proposent de remercier M. Payer de sa communication, de lui faire connaître en même temps tout l'intérêt que l'Académie a pris aux faits intéressants qu'elle renferme, et de l'engager à continuer des recherches entreprises dans une bonne voie en y apportant toute la précision et la rigueur désirables, et prenant en considération tous les faits récemment découverts concernant l'action chimique des rayons solaires; recherches qui ne peuvent manquer de le conduire à des découvertes importantes pour la physiologie végétale. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

GÉOLOGIE. — Rapport sur un Mémoire de M. Adrien Paillette, intitulé : *Recherches sur la composition géologique des terrains qui renferment en Sicile et en Calabre le soufre et le succin.*

(Commissaires, MM. Al. Brongniart, Élie de Beaumont, Dufrénoy rapporteur.)

« Le soufre, qui forme la base de plusieurs industries et dont les usages sont en outre si variés, présente des gisements nombreux, mais en général peu productifs. La Sicile offre une heureuse anomalie à cette loi de la nature : le soufre y existe avec une abondance prodigieuse, et ses mines, qui exportent leurs produits jusque dans le nouveau monde, sont pour ce royaume une source de richesse inépuisable. Cette disposition singulière a depuis longtemps attiré l'attention des géologues; Dolomieu, que les sciences ont perdu

dans la force de l'âge, avait étudié la plupart des exploitations de la Sicile dès 1781; depuis les travaux de ce célèbre naturaliste, Ferrara, Melograni, MM. Hoffmann, Lyell et Constant Prévost ont également cherché à découvrir la manière d'être du soufre dans les terrains de la Sicile.

» Les descriptions de ces savants, malgré tout l'intérêt qu'elles présentent, renferment des contradictions qui laissent encore des doutes sur le véritable gisement de ce minéral. M. Paillette, appelé en Calabre pour des recherches de mines de plomb, a pensé que ce sujet n'était pas complétement épuisé; il a profité du séjour qu'il a fait en 1841 dans cette partie de l'Italie pour étudier les nombreuses mines de soufre qu'on y exploite.

» Le Mémoire dont nous rendons compte dans ce moment à l'Académie, est le fruit de près de trois mois d'explorations sur le terrain; il fait connaître avec détail les différents districts soufriers de la Sicile, ainsi que les méthodes en usage pour exploiter le minéral et en extraire ensuite le soufre. Nous n'osons affirmer que M. Paillette a complétement dévoilé le mystère qui entoure le gisement du soufre en Sicile, et surtout son mode de formation; mais ses recherches, pleines de faits soigneusement constatés, nous ont donné une idée beaucoup plus nette de l'âge du terrain soufrier, et de la disposition de cette substance au milieu des gypses et des marnes qui y sont toujours associés.

» L'auteur, après un exposé très-succinct sur la nature des terrains anciens qui forment les monts Pelores et le détroit de Messine, décrit successivement les environs de Messine, de Novara, de Tourmina, Centorbi, Troina, Nicosia, de Castro-Giovanni, de Villarosa, de Girgenti en Sicile, et de Spezzano, Albanesse, Corigliano, Cosenza, Catanzaro, Montgiana, Roccella, Antonomina et Montebello en Calabre; il montre l'identité du gisement du soufre dans toute cette partie de l'Italie. Nous ne suivrons pas l'auteur dans cette description, qu'on ne saurait comprendre sans le secours d'une carte; nous pensons qu'il est préférable de rapprocher les principaux traits de ce grand travail, et d'en montrer seulement l'ensemble.

» Outre les granites et les gneiss qui forment les déchiquetures élégantes de la Fiumara de Saint-Michelle, et qui donnent au détroit de Messine un aspect si pittoresque, les terrains anciens de cette île se composent de micaschiste et de schiste talqueux; une bande mince de terrain jurassique les recouvre en quelques points, et les sépare des formations de calcaire crétacé, qui jouent dans la Sicile, comme sur tous les bords de la Méditerranée, le principal rôle géologique. Ces calcaires compactes, durs, à cassure souvent

esquilleuse, si différents, par leurs caractères extérieurs, de la craie du bassin de Paris, et en général du nord de l'Europe, recouvrent en Sicile une région considérable qui s'étend principalement de Palerme à Girgenti. C'est sur les confins de cette formation, quelquefois au centre du pays qu'elle constitue, que sont placés les dépôts de soufre, abondants surtout dans les environs de Nicosia, de Girgenti et de Cattolica.

» Cette position constante a conduit M. Hoffmann à regarder le soufre comme une dépendance du terrain de craie, et, dans le grand ouvrage qu'il a publié sur la Sicile en 1839 (1), qui contient de nombreuses recherches sur le gisement du soufre, il dit que la partie dominante de cette formation est une argile plastique riche en chaux, tantôt compacte, tantôt feuilletée, associée aux terrains secondaires.

» Au-dessus du calcaire compacte, caractérisé par des hippurites que tous les géologues rapportent aux formations crétacées, existe en Sicile et en Calabre un terrain de grès contenant, à sa partie inférieure, des couches puissantes de poudingues associés eux-mêmes avec des bancs peu épais de grès, et à sa partie supérieure, des marnes interstratifiées de lits de calcaire compacte. Ce terrain, qui contient les mines de soufre, et sur lequel nous allons revenir bientôt, est recouvert à stratification discordante par du calcaire *tertiaire* caractérisé par de nombreux fossiles : sa position relative avec les différents terrains de la Sicile paraît donc bien déterminée; il n'en est pas de même de son âge : M. Paillette le regarde comme représentant l'étage le plus inférieur des terrains tertiaires, et correspondant à peu près à l'argile plastique et au calcaire grossier de Paris.

» L'absence de fossiles, la différence dans la nature des roches de ce terrain avec celles des terrains de Paris, apportent une grande difficulté à l'établissement de l'âge de ce groupe de grès et argile, et c'est sans doute la cause de la différence d'opinion que l'on remarque entre les géologues qui ont écrit sur la Sicile; nous verrons que ces opinions, en apparence si divergentes, se réunissent au contraire presque entièrement.

» Les environs de San-Filippo d'Argiro, de Leon-Forte et de Nicosia établissent avec certitude la position que nous venons d'indiquer.

« Si l'on quitte Leon-Forte pour se rendre à Nicosia, dit M. Paillette, on » voit dans les ravins situés dans ces villes mêmes, le terrain tertiaire qui

---

(1) *Gesammelt auf einer Reise durch Italien und Sicilien in den Jahren* 1830 *et* 1832; par Friedrich Hoffmann.

» forme les buttes pittoresques des hauts quartiers, reposer sur des marnes » grises et noirâtres avec gypse et calcaire marneux très-contourné.

» Lorsque l'on suit la route de Nissuria, les derniers lambeaux de terrain » tertiaire disparaissent bientôt, et l'on rencontre des calcaires marneux blan- » châtres parmi lesquels sont interstratifiées de véritables marnes et des ar- » giles avec gypse.

» Plus loin l'argile se colore, elle devient bitumineuse, renferme des amas » ou lentilles allongées de calcaire fendillé, assez semblable dans sa cassure » au calcaire lithographique, et fournit au point de conctact avec les grès, du » fer carbonaté. »

» Au-dessus, existe une masse de grès à grains très-serrés, à ciment argileux et calcaire, qui recouvre un espace considérable dans la direction de Nissuria.

» Après ces grès, au delà du point culminant de la route, viennent de nouveau des marnes feuilletées, grises blanchâtres, grises et grises noirâtres, avec amas de gypse albâtre. Elles sont surtout visibles sur les bords du *Fiume-Salso,* rivière qui emprunte son nom aux efflorescences de sel marin qui se forment sur ses bords, à l'époque des chaleurs.

» Sous les grès, avant Nicosia, sont d'autres marnes argileuses et des argiles bleuâtres extrêmement coulantes, qui produisent, dans la saison des pluies, ces fondrières désignées sous le nom de *valanche,* lesquelles causent, à la surface du sol, des accidents quelquefois considérables et qui, dans plusieurs circonstances même, ont été dangereuses pour les voyageurs. Ces marnes, tantôt bleuâtres, tantôt noires, répandent une forte odeur d'hydrogene sulfuré; elles donnent des eaux saumâtres, dont la présence est peut-être en rapport avec les fondrières que nous venons d'indiquer; elles contiennent fréquemment des lignites, des rognons de succin et du gypse cristallin en amas considérables. Ces marnes, désignées par quelques auteurs sous le nom de marnes azurines, constituent le véritable gisement du soufre. Le chanoine Barnaba Lavia dit en effet, en parlant de ce groupe argileux (1): «Le soufre » est déposé en couches minces dans la marne azurine; on le voit non loin » des amas de gypse; souvent il est réuni avec le sel marin fossile et l'ambre, » quelquefois même on recueille dans ces marnes l'asphalte, ou, comme on » le dit vulgairement, le bitume de Judée. »

» Sur la rive droite du Fiume-Salso, le gypse, d'un beau blanc, analogue

---

(1) *Atti dell' Academia Givenia,* t. I, p. 301.

par tous ses caractères à l'albâtre des Alpes, a résisté plus que les marnes aux altérations atmosphériques; il communique au relief du sol une forme mamelonnée d'un aspect bizarre.

» Après le passage du Salso, les grès constituent une nouvelle assise; ils sont très-argileux, et, de même que les marnes, ils s'altèrent facilement par l'action de l'air.

» Au-dessus de ces grès existent, dans beaucoup de points de la Sicile, des poudingues qui forment la base de ce terrain soufrier. Notre intention étant d'en faire connaître la place, plutôt que d'en donner une description, nous avons choisi de préférence les environs de Nicosia, où les marnes azurines sont intercalées d'une manière distincte, entre deux terrains d'époques bien déterminées; il en résulte que, si nous ne possédons pas les moyens de reconnaître avec certitude la position de ces marnes dans l'échelle des formations géologiques, la limite des erreurs est du moins assez restreinte.

» A San-Filippo d'Argiro, les grès associés aux marnes sont fort développés, et l'on voit surgir d'au-dessous d'elles un calcaire compacte renfermant de nombreuses nummulites et des orbitolites si caractéristiques de certains calcaires crétacés du midi de la France.

» Les environs de Villarosa et Caltanisetta confirment la position du terrain de grès et de marnes qui nous occupe; le calcaire compacte crétacé y constitue une rangée de collines distinctes, tandis que les terrains tertiaires qui dominent Caltanisetta, Sabucina et Capo-Darso forment un horizon géologique qui montre de nouveau la position des grès; « et lorsqu'on gravit les » points les plus élevés de ce district, on reconnaît, dit l'auteur, l'infériorité » des argiles ou marnes azurines de la formation du soufre, ainsi que l'antiquité » plus grande encore des protubérances calcaires presque toujours peu » éloignées du gypse cristallin sous lequel sont les mines du pays. »

» C'est donc au milieu de ces marnes azurines et non loin du calcaire compacte, mais cependant postérieur à ce calcaire, ainsi que nous allons l'indiquer par une dernière citation, qu'existe le soufre.

» Autour des mines de Riesi et de Summatino, le calcaire compacte constitue des escarpements assez considérables. « A la Zolfara Grande, ils servent de mur au gîte de soufre, et partout où le contact est à découvert, » surtout au milieu des éboulements produits par l'incendie de 1787, on » voit les traces les moins équivoques d'usures anciennes à grandes dimensions sur lesquelles les couches sulfureuses se sont moulées, de sorte qu'elles » affectent toutes les ondulations que présente le mur. » *Le calcaire compacte existait donc avant le soufre.*

» Le peu de détails que nous venons de donner établit avec certitude la position des couches soufrières de la Sicile; dans la Calabre, M. Paillette montre que le gisement de cette substance se reproduit avec toutes les mêmes circonstances. On peut donc regarder comme un fait acquis à la science, que le soufre existe dans des marnes noires bitumineuses, supérieures à des couches de calcaire compacte appartenant aux formations crétacées du midi, caractérisées par les orbitolites, et qu'elles sont recouvertes par des terrains tertiaires correspondant au nouveau pliocène de M. Lyell.

» Cette position est, du reste, celle indiquée par M. Hoffmann et par M. Constant Prévost. En effet, nous avons dit, au commencement de ce Rapport, que le premier de ces géologues regardait le soufre comme déposé dans les couches supérieures du terrain crétacé : M. Constant Prévost (1) le suppose placé dans un terrain formant le passage entre la craie et les terrains tertiaires inférieurs. Il dit à ce sujet : « L'association presque constante du gypse, du soufre, du sel gemme, avec deux roches calcaires, » dont l'une, marneuse tendre, est très-analogue par ses caractères extérieurs, soit à la craie, soit plus encore peut-être, aux marnes du gypse » des environs d'*Argenteuil* près Paris; et l'autre, également blanche, plus » dure, caverneuse et offrant des parties siliceuses qui la font ressembler » quelquefois de la manière la plus exacte à notre calcaire de *Champigny*, » est un des principaux traits de la géologie de la Sicile. »

» M. Paillette rapporte le soufre à l'ancien pliocène, ou même à une série plus basse; il ne s'explique pas d'une manière positive sur l'époque, mais il la croit à peu près contemporaine au calcaire grossier.

» Si la place assignée aux couches argileuses qui contiennent le soufre est la même pour MM. Hoffmann, Constant Prévost et Paillette, la grande lacune qui existe en Sicile entre le calcaire compacte crétacé et les terrains tertiaires de Syracuse, qui appartiennent à la partie supérieure de ces formations, est cause qu'ils ont des opinions différentes sur l'âge réel de ce terrain.

» La vue des échantillons que M. Paillette a déposés à la collection de l'École des Mines nous a rappelé les marnes noires bitumineuses associées aux grès argileux également noirs, si abondantes sur le revers espagnol des Pyrénées.

» En lisant ses descriptions si pleines de vérité des environs de Villarosa

---

(1) *Bulletin de la Société géologique de France*, t. II, p. 404 et 406.

et de Caltanisetta, notre esprit était sans cesse ramené vers la vallée de la Cinca et celle de l'Essera, qui prennent naissance au pied du groupe du mont Perdu, et qui sont ouvertes l'une et l'autre sur 40 à 50 kilomètres de longueur, dans une succession de grès calcaires, de grès argileux, de marnes schisteuses noires, sur l'âge desquelles nous avons été pendant plusieurs années incertains. Comme en Sicile, le terrain de grès et marnes de la vallée de la Cinca repose sur le calcaire à hippurites, ou sur un calcaire compacte argileux, contenant des orbitolites disséminées dans sa pâte; des bancs de poudingues en forment quelquefois la base. Enfin, pour compléter l'analogie entre les marnes azurines et les grès argileux de la Cinca, nous ajouterons qu'on y trouve des lignites, du succin, du gypse, du sel gemme, mais point de soufre. Longtemps aussi la découverte d'aucun fossile n'est venue nous donner la clef de cette formation si différente de tout ce qui existe dans le bassin du nord de l'Europe. Mais des nummulites que nous y avons recueillies à Santa-Lestra, nous les ont fait associer aux formations crétacées, et pour nous, elles représentent les couches argileuses noires qui contiennent, aux environs de Lavelanet, dans le département de l'Ariége, des fossiles de la craie, mélangés avec quelques fossiles des terrains tertiaires. Si donc il nous est permis d'émettre une opinion sur l'âge du terrain soufrier de la Sicile, sans avoir étudié les lieux, c'est aux couches les plus supérieures de la craie que nous les rapporterions.

» Le mélange de fossiles que nous venons d'indiquer a laissé des doutes dans l'esprit de quelques géologues sur le véritable âge des marnes qui les contiennent, et plusieurs les regardent comme appartenant aux terrains tertiaires.

» La position que nous assignons au soufre de Sicile nous paraît concorder avec le gisement de ce minéral à Connil, en Catalogne, ainsi qu'à Salies, dans les Basses-Pyrénées. Ici le soufre est bien certainement dans le calcaire de la craie; il y forme des géodes, et, pour compléter son analogie avec le gisement de Sicile, je rappellerai qu'il y est associé avec du sel gemme, du gypse, du bitume; enfin qu'à 1 kilomètre des salines, on exploite du lignite, à Sainte-Suzanne, dans les couches bitumineuses qui affleurent dans le Gave, à Salies même.

» L'association constante qui existe en Sicile, en Espagne, ainsi que dans les Pyrénées, entre le soufre, le sel gemme et le gypse, se reproduit dans le nord de l'Europe. Mais, ce qu'il y a surtout de remarquable, c'est que c'est également à l'époque de la craie supérieure, et pour ainsi dire dans cette partie anomale de ce terrain, qui contient un mélange de fossiles tertiaires et

crétacés que la plupart des géologues allemands en rapportent la formation. En effet, M. Lilienbach (1) annonce que « sur tout le cours du Dniester et » de ses affluents septentrionaux, les amas de gypse compacte grenu ou » spathique, accompagné de soufre et de sel, sont associés à la craie tendre.» A quelques lieues de Cracovie, l'identité du gisement du soufre et du sel avec la Sicile est encore plus évidente. M. Delesse (2), élève ingénieur des Mines, qui a récemment visité la Pologne, annonce qu'il existe près de Cracovie une formation *argileuse* qui contient du *soufre* et du *sel*, dans laquelle on trouve des fossiles de la craie et du terrain tertiaire. L'abondance des fossiles du premier terrain conduit à rapporter ces argiles bitumineuses et bleuâtres à la craie, et leur nature les assimile à la craie blanche de Maestrich.

» Hâtons-nous d'ajouter que le soufre ne se trouve pas exclusivement dans la position que nous venons d'indiquer; nous croyons que ce minéral n'est que rarement, peut-être même jamais, lié avec aucun terrain de sédiment. Le gisement de Teruel, en Aragon, décrit par M. Braunn (3), dans lequel des myriades de limnées, de paludines et de planorbes sont transformées à l'état de soufre, démontre d'une manière certaine que, dans cette localité, ce minéral est postérieur au terrain tertiaire d'eau douce, et qu'il y a été introduit par une cause étrangère à la sédimentation.

» La liaison du soufre avec le gypse, le sel gemme et le bitume, nous fait penser que dans beaucoup de circonstances ce minéral est un produit postérieur, comme à Teruel. L'on sait en effet, qu'excepté dans les marnes irisées et dans les terrains tertiaires, la pierre à plâtre forme des amas autour desquels les couches se relèvent de tous côtés; et, sans entrer dans aucun détail à cet égard, nous rappellerons que les gypses des Alpes ou des Pyrénées se présentent avec ces caractères particuliers, qui les ont fait regarder par les géologues comme des masses introduites postérieurement dans le terrain, ou produites par une altération du calcaire; le volume de cette roche a dès lors éprouvé une grande augmentation et a occasionné, comme l'introduction du plâtre même, un dérangement considérable dans la stratification du terrain.

» En Sicile, les argiles bitumineuses qui contiennent du soufre ne pré-

---

(1) *Bulletin de la Société géologique de France*, t. Ier, p. 53.

(2) *Journal d'un voyage en Pologne*, déposé à la bibliothèque de l'École royale des Mines.

(3) *Bulletin de la Société géologique de France*, t. XII, p. 169.

sentent pas les caractères de dislocation que je viens de signaler; aussi M. Paillette pense-t-il que cette substance, au lieu d'avoir été la cause de la formation du gypse, est au contraire le produit de la décomposition de cette roche.

« Le dépôt, dit-il, fut originairement du gypse marneux bituminifère; le » contact du sulfate de chaux avec une matière organique a pu produire, à » une température un peu élevée, du sulfure de calcium, peut-être avec » excès de soufre, pour quelques points particuliers des couches, ainsi que » cela se pratique facilement dans un laboratoire, en calcinant des gypses » bitumineux de Sicile, ou du gypse pur avec des argiles très-bitumineuses. »

» L'influence des eaux dans lesquelles se sont déposées les couches du nouveau pliocène a pu alors produire de nouveaux sulfates cristallins de chaux et du soufre cristallin, tels que ceux que l'on observe actuellement dans le terrain soufrier de la Sicile.

» Les sources saturées de gaz sulfhydrique qui sortent des mines de Riesi et de Summatino au moment où elles s'échappent des masses de soufre, les sorties brusques de gaz mélangés qui quelquefois causent la mort des mineurs, sont autant d'arguments que M. Paillette fait ressortir avec soin, comme validant son ingénieuse théorie.

» Enfin, la constance des phénomènes ignés dans la Sicile, constatée pour les terrains secondaires, par la dislocation des calcaires, et plus tard par la présence des mélaphyres et des roches volcaniques modernes, sont, suivant M. Paillette, autant de preuves que la chaleur nécessaire à la transformation du gypse en soufre n'a pas manqué aux époques où cette transformation a dû s'effectuer.

» L'Académie remarquera que deux hypothèses sont en présence: l'une attribuant la formation des gypses à des vapeurs sulfureuses, qui, s'échappant de l'intérieur de notre globe, se propagent à travers des couches de calcaire, qu'elles transforment en chaux sulfatée; l'autre, qui admet que les gypses déposés à la manière des couches de sédiment ont plus tard donné naissance au soufre par leur propre décomposition. On peut citer beaucoup de faits à l'appui de ces deux hypothèses qui sont, du reste, d'accord l'une et l'autre avec les phénomènes chimiques qui se passent dans nos laboratoires. Vos Commissaires se bornent, en conséquence, à poser cette question importante sans essayer même de la résoudre. Les deux solutions peuvent être également vraies, mais seulement dans des circonstances différentes; ainsi le peu de soufre que l'on trouve dans le bassin de Paris, où la pierre à plâtre est si évidemment contemporaine au terrain, *nous paraît le produit de la décom-*

position de ce sulfate, tandis que le soufre de Salies, dans les Pyrénées, serait plus probablement un témoin de l'action ignée du globe.

» Pour compléter son travail sur la Sicile, M. Paillette a joint à la description du terrain soufrier une description circonstanciée des procédés d'extraction du minerai, et de son fondage. Cette partie, que liront avec fruit les ingénieurs et les personnes qui se livrent à l'industrie minérale, se prête difficilement à l'analyse. Nous croyons, en conséquence, devoir nous borner à la mentionner.

» En résumé, M. Paillette établit dans l'important Mémoire dont nous venons de donner l'analyse à l'Académie,

» 1°. Que le soufre de la Sicile est constamment accompagné de gypse, que presque toujours il est associé à du sel gemme, du bitume, et que fréquemment les couches de marnes qui le renferment contiennent du lignite et du succin;

» 2°. Que le terrain soufrier est placé entre le calcaire à nummulites et les couches supérieures des terrains tertiaires;

» 3°. Que son âge correspond à peu près à celui du calcaire grossier de Paris;

» 4°. Que sa production est probablement le résultat de la décomposition du gypse par l'action des matières organiques que contiennent les marnes azurines, décomposition opérée sous l'influence des phénomènes ignés auxquels la Sicile a été en proie;

» 5°. Enfin, M. Paillette expose les procédés d'extraction et de fondage du soufre.

» L'auteur a résolu plusieurs des questions importantes que nous venons de rappeler, et s'il n'a pas complétement levé le voile qui couvre le gisement et la formation du soufre, cela tient au sujet même qu'il a traité, qui, par sa nature, manque de ces preuves qui ne laissent aucun doute à l'esprit.

» Vos Commissaires vous proposent, en conséquence, d'accorder votre approbation à M. Paillette pour les observations contenues dans son Mémoire, et de l'engager à poursuivre en Espagne, où il est maintenant, l'étude intéressante qu'il a entreprise dans la Sicile et la Calabre. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

NOMINATIONS.

Sur l'invitation de M. le *Ministre des Travaux publics*, et conformément aux termes du décret du 25 août 1804, l'Académie nomme, par voie de

scrutin, trois de ses membres pour faire partie du jury chargé de prononcer sur le mérite des pièces de concours produites par MM. les élèves de l'École royale des Ponts-et-Chaussées.

MM. Coriolis, Liouville, Duhamel réunissent la majorité des suffrages.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

PHYSIQUE. — *De l'élasticité et de la ténacité des alliages;* deuxième Mémoire; *par* M. G. Wertheim. (Extrait par l'auteur.)

(Commission nommée pour la première partie de ce travail.)

« Dans un premier travail que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie dans sa séance du 18 juillet 1842, je m'étais occupé des propriétés mécaniques des métaux simples. Après avoir examiné et comparé les différents moyens qui peuvent servir à l'étude de l'élasticité, tant à la température ordinaire qu'à des températures élevées, j'avais appliqué ces méthodes aux métaux purs, et j'étais arrivé à des résultats parmi lesquels je rappellerai seulement ceux qui servent de base à ce nouveau travail.

» Il était résulté des expériences:

» 1°. Que le coefficient d'élasticité n'est pas constant pour un même métal, mais qu'il change avec la densité et dans le même sens que celle-ci:

» 2°. Que les vibrations longitudinales et transversales conduisent à un même coefficient d'élasticité, un peu plus grand que celui que l'on déduit de l'allongement direct;

» 3°. Que l'expérience s'accorde avec l'analyse, quant à la relation qui doit exister entre le coefficient d'élasticité et entre la moyenne distance des molécules: en effet, toutes les fois que pour un même métal cette distance devient plus grande, le coefficient d'élasticité diminue, et réciproquement; par suite, les différents métaux forment la même série, qu'on les range d'après leurs coefficients d'élasticité ou d'après la proximité de leurs molécules.

» 4°. Que le produit du coefficient d'élasticité par la septième puissance de la moyenne distance relative des molécules, est sensiblement le même pour la plupart des métaux.

» Dans ce second Mémoire, que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie, j'ai pour but de voir d'abord si ces lois sont également applicables aux alliages; puis d'examiner si les propriétés mécaniques ne pourraient pas conduire à la connaissance de l'arrangement des molécules des métaux consti-

tuants dans les alliages; enfin de rechercher un rapport entre les propriétés des alliages et celles des métaux constituants.

» En général, les alliages, malgré leur fréquent emploi dans les arts, n'ont pas encore été étudiés quant à leur élasticité. Les coefficients d'élasticité de deux alliages seulement, celui du laiton et celui du métal de cloche, ont été déterminés par Tredgold, Savart, Bevan et Ardant. La cohésion des alliages, au contraire, a été l'objet de longues séries d'expériences, surtout de la part de Musschembroek et de Karmasch, sans qu'on soit arrivé à trouver aucune loi générale.

» Les alliages qui ont servi à mes expériences ont été préparés, en partie, avec les métaux purs employés dans mes premières recherches, et, en partie, avec les métaux les plus purs du commerce. Après les avoir suffisamment mêlés, je les ai brassés à plusieurs reprises pendant la fusion, puis coulés; les alliages ductiles ont été étirés, les autres calibrés à la lime. Je n'entrerai pas dans les détails des expériences, absolument semblables à celles qui ont été faites sur les métaux simples; je ferai seulement remarquer que j'ai dû analyser chimiquement tous les alliages, quoique j'eusse, pour la plupart, combiné les métaux dans les rapports de leurs poids atomiques ou des multiples les plus simples de ces poids. Mais l'inégale oxydation ou la vaporisation partielle d'un constituant avait souvent et considérablement altéré ces rapports. Quand les alliages étaient composés de métaux dont les poids spécifiques étaient très-différents, ou quand ils offraient des inégalités de couleur ou de malléabilité, j'ai fait l'analyse sur des parties prises aux deux extrémités de la verge coulée; par suite de ces analyses, j'ai été obligé de rejeter un assez grand nombre de verges non homogènes.

» Mes expériences portent sur 54 alliages binaires et sur 9 alliages ternaires, parmi lesquels se trouvent aussi la plupart des alliages employés dans les arts, tels que le laiton, le tombac, le métal des tamtams trempé et non trempé, le bronze, le packfong, l'alliage des caractères typographiques, etc.

» Ces expériences m'ont conduit aux résultats suivants :

» 1°. Si l'on suppose que toutes les molécules d'un alliage soient à la même distance les unes des autres, quelle que soit leur nature, on trouve que, plus cette moyenne distance est petite, plus le coefficient d'élasticité est grand. On remarque toutefois quelques exceptions dans la série de ces alliages; en outre, le produit $q\alpha^7$, qui est presque constant pour les métaux simples, varie dans une assez grande étendue, pour les alliages. Il est possible qu'une autre hypothèse sur l'arrangement moléculaire fasse disparaître ce désaccord.

» 2°. Le coefficient d'élasticité des alliages s'accorde assez bien avec la moyenne des coefficients d'élasticité des métaux constituants; quelques alliages de zinc et de cuivre font seuls exception. Les condensations et les dilatations qui ont lieu pendant la formation de l'alliage n'influent pas sensiblement sur ce coefficient. On pourra donc calculer d'avance quelle doit être la composition d'un alliage, pour qu'il ait une élasticité donnée, ou pour qu'il conduise le son avec une vitesse donnée, pourvu que cette élasticité ou cette vitesse tombe entre les limites des valeurs de ces mêmes quantités pour les métaux connus.

» 3°. Ni la ténacité, ni la limite d'élasticité, ni l'allongement maximum d'un alliage ne peuvent être déterminés *à priori*, au moyen des mêmes quantités connues pour les métaux qui les composent.

» 4°. Les alliages se comportent comme les métaux simples, quant aux vibrations longitudinales et transversales, et quant à l'allongement. »

PHYSIQUE APPLIQUEE. — *Sur l'analyse des sucres au moyen de la polarisation de la lumière; par* M. Clerget.

(Commissaires, MM. Biot, Pelouze, Regnault.)

L'auteur fait connaître dans les termes suivants le but qu'il s'est proposé dans le travail qu'il soumet au jugement de l'Académie.

« Les belles observations de M. Biot sur les phénomènes de polarisation de la lumière ont fait ressortir l'utilité que dans l'analyse, soit qualitative, soit quantitative, on peut tirer des caractères optiques présentés par les dissolutions de beaucoup de substances. Cette utilité serait surtout très-grande pour l'industrie quant à la détermination pratique de la nature des sucres ou de la richesse des liquides qui les contiennent. Les formules que M. Biot a données dans ses Mémoires établissent la solution complète du problème, qui ne paraît pas cependant être mise assez généralement à profit.

» Il m'a paru que cela devait tenir à ce que ces formules, quelle que soit leur précision et bien qu'abrégées par l'usage des logarithmes, exigeaient encore l'emploi d'un temps dont on ne peut toujours disposer, principalement à cause de la nécessité de leur donner en partie, pour élément, la densité exacte déterminée par la balance des liquides observés.

» Cette considération m'a porté à chercher des moyens de simplification, et je me suis arrêté à un procédé de dosages fixes qui dispense de prendre les densités, et se trouve réglé sur des nombres tels, qu'ils permettent, par la seule addition de deux chiffres ou par une simple soustraction, de lire direc-

tement en centièmes, sur le cercle divisé de l'appareil d'observation, la quantité pondérable de sucre cristallisé contenu dans des mélanges. »

GÉOLOGIE. — *Observations sur la direction des stries que présentent les roches, en Norwége; par* M. **Siljestrom.**

(Commissaires, MM. Al. Brongniart, Élie de Beaumont, Dufrénoy.)

M. **Cellerier** soumet au jugement de l'Académie trois Mémoires, ayant pour titre : *Sur les mouvements de l'éther dans l'intérieur des corps. — Sur quelques propriétés du mouvement vibratoire. — Sur la théorie des quantités imaginaires.*

(Commissaires, MM. Cauchy, Liouville.)

M. **Willis** adresse un travail ayant pour titre : *Vues nouvelles sur les fonctions de la peau et des vaisseaux lymphatiques.*

(Commissaires, MM. Serres, Flourens, Breschet.)

M. **Paret** présente le modèle d'un *appareil électro-magnétique* destiné principalement à produire des effets chimiques et en particulier la décomposition de l'eau.

(Commissaires, MM. Becquerel, Pouillet.)

M. **Sarnegues** adresse une Note sur quelques *propositions de géométrie* qu'il regarde comme nouvelles.

(Commissaires, MM. Liouville, Sturm.)

M. **Magne** présente quelques considérations relatives à des moyens qui ont été récemment proposés comme propres à faire disparaître les *taches de la cornée transparente,* et sur quelques critiques que l'on a faites de ces moyens.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée pour la Note de M. Malgaigne.)

M. **Séguin** fait connaître d'une manière sommaire les idées qui l'ont dirigé dans la méthode qu'il a suivie pour l'*éducation des jeunes idiots,* méthode qu'il doit prochainement exposer d'une manière plus complète dans un ouvrage qu'il se propose de soumettre également au jugement de l'Académie.

(Commissaires, MM. Serres, Flourens, Pariset.)

M. Seybert prie l'Académie de vouloir bien désigner des Commissaires devant lesquels il fera l'application d'un procédé qu'il a imaginé pour obtenir, d'un seul coup de presse, une image représentant un objet quelconque avec ses couleurs naturelles.

(Commissaires, MM. Séguier, Piobert.)

M. Rivière adresse une Note sur la direction des aérostats.

M. *Séguier* est invité à prendre connaissance de cette Note et à faire savoir si elle est de nature à devenir l'objet d'un Rapport.

M. Pyrlas présente une Note sur un appareil destiné à la mesure du temps.

(Commissaires, MM. Séguier, Francœur.)

M. Durand adresse un Mémoire sur certaines questions de physique générale qu'il avait déjà traitées dans une communication faite à l'Académie en février dernier; il demande que cette nouvelle rédaction soit substituée à l'ancienne.

(Commission précédemment nommée.)

L'Académie reçoit, pour le concours au prix de Statistique, année 1843, un Mémoire adressé par M. Demay et inscrit sous le n° 1;

Et pour le concours au prix d'Astronomie fondé par Lalande, concours de 1843, un Mémoire porté sous le n° 1.

M. Phillipe demande qu'un Mémoire sur le *strabisme*, qu'il a précédemment soumis au jugement de l'Académie, soit admis à concourir pour les prix de Médecine et de Chirurgie de la fondation Montyon.

M. Cornay adresse une semblable demande pour un instrument dont il a communiqué une description et qu'il désigne sous le nom de *Lithéréteur*.

(Renvoi à la Commission des prix Montyon.)

M. Passot adresse comme pièce à consulter pour la Commission à l'examen de laquelle a été soumise sa turbine, un « Rapport fait à la Cour royale de Bourges sur des expériences ordonnées pour déterminer l'effet utile de cette machine. » (Voir au *Bulletin bibliographique*.)

CORRESPONDANCE.

ASTRONOMIE. — *Découverte d'une nouvelle comète; par* M. VICTOR MAUVAIS.

« M. ARAGO annonce qu'un des astronomes attachés, sous sa direction, à l'Observatoire de Paris, M. Victor Mauvais, a découvert, dans la nuit de mercredi dernier, une comète télescopique dans la constellation de Pégase.

» Voici quelle était sa position :

» Le mercredi 3 mai, à $15^h 10^m 54^s$, temps moyen de Paris compté de midi :

Ascension droite apparente.		= 326° 33′ 44″
Déclinaison apparente.		= + 29° 35′ 10″
Mouvement diurne	en Æ.	= + 36′ 9″
	en D.	= − 1′ 39″

» M. Mauvais avait déjà aperçu cette comète la veille, vers 3 heures du matin, près de l'étoile 14e de Pégase. Elle coïncidait alors à peu près avec le lieu de la nébuleuse n° 2133 du catalogue de J. Herschel; le crépuscule vint empêcher de lever le doute qui restait, et ce ne fut que le lendemain qu'il fut bien constaté que c'était réellement une comète. C'est une nébulosité ovale de 2 à 3 minutes de diamètre avec une concentration très-sensible de lumière au centre et sans apparence de queue. Depuis la découverte, elle semble avoir augmenté sensiblement d'éclat; le clair de Lune n'empêche point de la voir distinctement avec les lunettes.

» M. Mauvais a essayé de calculer une première approximation de l'orbite sur les observations des 3, 4 et 6 mai; celles du 3 et du 6 ont été faites dans des circonstances très-défavorables, elles peuvent donc n'être pas très-exactes; les éléments qui en résultent sont par conséquent très-incertains. Nous attendrons, pour les communiquer à l'Académie, les éléments plus précis que lui fourniront de nouvelles observations faites dans des conditions meilleures. »

ASTRONOMIE. — *Note sur l'apparition de la comète de Halley en* 1378; *par* M. LAUGIER.

« De toutes les comètes périodiques, la plus célèbre est la comète de Halley. La durée de sa révolution est, comme chacun sait, de 74, 75 et 76

ans. On n'a constaté jusqu'ici que six apparitions de cet astre : ce sont celles de 1835, 1759, 1682, 1607, 1531 et 1456. De 1835 à 1531 les observations étaient assez exactes pour qu'on ait pu calculer l'orbite; mais, pour montrer que la comète de 1456 était une apparition de la comète de Halley, on a été réduit, faute d'observations précises, à calculer, d'après les éléments connus de cette comète, sa trajectoire apparente pour 1456, et l'on s'est assuré que la route indiquée par les historiens contemporains coïncidait à peu près avec la trajectoire calculée. Cette méthode sera désormais la seule dont il sera possible de faire usage, car, dans les descriptions qui nous sont parvenues des routes parcourues par les comètes, on trouve bien rarement assez d'observations pour déterminer les éléments de l'orbite. Ainsi, en ce qui concerne la comète de 1456, Pingré, qui ne connaissait pas les observations chinoises, ne trouva qu'une seule position, à la date du 6 juin 1456, dans un traité anonyme de 1458 et dans un ouvrage d'Ébendorff. Il supposa que cette comète était celle de Halley, et cette position lui permit de calculer le temps du passage au périhélie; il vit ensuite que les indications vagues des historiens s'accordaient assez bien avec la route qu'il traça sur une sphère, et il ne balança pas à se prononcer pour l'identité des deux comètes.

» Avant 1456, on ne trouve dans les auteurs rien de net relativement à la comète de Halley, et ce n'est qu'en se guidant sur la durée de la révolution, que l'on a signalé quelques autres apparitions.

» M. Édouard Biot eut l'idée de rechercher dans les historiens chinois des retours de cette comète. Ses recherches sont consignées dans un Mémoire adressé dernièrement au Bureau des Longitudes. J'y ai trouvé, sur les apparitions de 1531 et de 1456, des observations qui manquaient à Halley et à Pingré, et j'ai pu constater l'accord remarquable qui existe entre ces observations et les observations européennes.

» A la date de l'année 1378 il est fait mention, dans les ouvrages chinois, d'une comète dont la route, comme on va le voir, est très-bien indiquée. La traduction suivante est extraite du manuscrit de M. Édouard Biot.

« 1378, 26 septembre (période houng-wou, 11e année, 9e lune, jour » kia-su).

» Une étoile extraordinaire fut vue au nord-est des cinq chars (α, β, θ, ι » Cocher, β Taureau). Elle avait une chevelure rayonnante sur une étendue » de 10 degrés environ. Elle balaya le groupe neï-kiai (τ, i grande Ourse); » elle entra dans l'enceinte du tse-wei (enceinte de la queue du Dragon), ba- » laya les cinq étoiles du pôle nord (la polaire et quatre petites étoiles mar- » quées autour du pôle sur les planisphères chinois), passa sur le chao-tsai

» du mur oriental (η Dragon), entra dans l'enceinte du marché céleste (en-
» ceinte d'étoiles d'Ophiuchus et du Serpent, autour de α Ophiuchus et de
» α Hercule), et se tient dans le marché céleste jusqu'à la 10e lune, jour ki-
» ouei (10 novembre), où le temps devint nuageux, et on ne la vit plus. »

» J'ai pris les éléments de la comète de Halley pour 1378; ces éléments, les voici :

Distance périhélie	0,5835	
Inclinaison	17°56′	
Longitude du nœud ascendant	47°17′	à partir de l'équinoxe de 1378.
Longitude du périhélie	299°31′	à partir de l'équinoxe de 1378.
Mouvement héliocentrique	rétrograde.	

» Il restait à déterminer l'époque du passage de la comète à son périhélie : après bien des essais, j'ai reconnu que ce passage devait être fixé au 8,77 novembre 1378.

» La trajectoire qui résulte de ces éléments satisfait très-bien aux observations chinoises, comme on peut s'en assurer en transportant sur une sphère les huit positions suivantes, après avoir toutefois corrigé les longitudes de la précession.

	Longitudes.	Latitudes.	Traduction de ces chiffres en langage chinois.
1378. 26 septembre	92°	+23°	La comète est au N.-E. des cinq chars.
29	98	+37	
30	»	»	La comète balaye, le 30 septembre, τ et i de la grande Ourse.
1 octobre	108	+54	La comète, du 1 au 3 octobre, balaye les cinq étoiles du pôle.
3	155	+74	Elle entre dans l'enceinte de la queue du Dragon.
4	»	»	Le 4 octobre, la comète passe sur η Dragon.
5	233	+63	La comète entre dans le marché céleste, où elle se tient jusqu'au 10 novembre inclusivement, et elle disparaît après quarante-cinq jours d'apparition.
10	255	+32	
20	260	+15	
10 novembre	256	+8	

» Cet accord remarquable du calcul avec l'observation a lieu sur un arc d'une étendue considérable et pendant un long intervalle de temps.

» En 1456, la comète de Halley passa au périhélie le 8 juin, ce qui donnerait de 1456 à 1378 une période de 77,6 ans; c'est la plus longue des pé-

riodes observées, comme on peut le voir par le tableau suivant :

De 1378	à	1456	77,58 ans.
1456		1531	75,21
1531		1607	76,15
1607		1682	74,91
1682		1759	76,49
1759		1835	76,68

» La période moyenne est de 76,1 ans : les perturbations, qui ont diminué de 1,2 année la révolution de 1607 à 1682, ont augmenté de 1,5 an celle de 1378 à 1456. Nous connaissons maintenant sept apparitions de la comète de Halley. En remontant dans les anciens temps, l'astronome ne rencontre plus que des indications trop vagues pour les soumettre au calcul ; il doit par conséquent conserver peu d'espoir d'y retrouver d'autres apparitions de cet astre qui depuis longtemps fait partie de notre système. »

PHYSIQUE. — *Sur le développement des courants électriques par suite de la dissolution des gaz dans un liquide.* — Lettre de M. **Peltier.**

« Dans la séance du 17 avril dernier, M. Matteucci a communiqué le résultat de ses recherches nouvelles *sur le courant électrique développé par l'action des corps gazeux sur le platine.* Déjà, le 22 octobre 1838, cet ingénieux physicien avait fait connaître des recherches analogues et le fait qui en ressort; et je dois rappeler que dans la séance suivante, celle du 29, je communiquai à l'Académie mes propres expériences sur le même sujet, expériences qui paraissaient ne laisser aucun doute sur l'interprétation du fait observé.

» Antérieurement, le 15 mai 1837, j'avais fait connaître à l'Académie un appareil nouveau, au moyen duquel on pouvait distinguer deux états parfaitement distincts, dans la désagrégation des corps par l'intermédiaire de l'eau. Dans l'un, l'eau, n'agissant que mécaniquement par son interposition entre les particules du corps, ne donne qu'un grand abaissement de température sans produire de courant électrique. Je conservai le nom de *solution* à ce résultat purement mécanique.

» Dans l'autre, la désagrégation est également accompagnée d'un changement dans la température, mais il y a en même temps un courant électrique plus ou moins considérable, qui indique une action réciproque des molécules de l'eau sur celles du corps, c'est-à-dire qu'il y a une action chimique entre ces éléments. Si l'action chimique est faible, le courant est faible, et

l'abaissement de la température, occasionné par la ségrégation des particules, l'emporte encore sur la chaleur produite par l'action chimique. Mais à mesure que cette dernière augmente, ce qui est indiqué par la puissance du courant électrique, la température se relève et finit par l'emporter sur la cause du refroidissement et quelquefois par donner une haute température. Je conservai le nom de *dissolution* à cet état complexe, dans lequel l'action chimique intervenait sans aucun doute.

» Si l'on étend les *solutions* et les *dissolutions* par l'addition d'une nouvelle quantité d'eau, du froid se reproduit en très-petite quantité dans le premier cas; un changement de température et un courant électrique dans le second. Ces effets secondaires diminuent en raison de la dilution que l'on fait subir à ces *solutions* ou à ces *dissolutions*.

» D'autres expériences me démontrèrent plus tard que l'oxygène, l'hydrogène et le chlore forment avec l'eau de véritables *dissolutions,* puisqu'au moment de leur dilution, il y avait un courant électrique fort notable. Enfin, si l'on met en présence deux liquides séparés par une membrane perméable, l'un saturé d'oxygène, l'autre d'hydrogène, le courant qui en résulte est bien plus considérable que lorsqu'on n'emploie qu'une seule dissolution et de l'eau pure.

» Lorsque le gaz dissous a été introduit en nature dans le liquide, comme il y est également distribué et que toutes les actions chimiques sont accomplies, on n'obtient aucun signe électrique en plongeant dans la dissolution les deux extrémités d'un galvanomètre. Pour renouveler les actions chimiques et reproduire les courants électriques, il faut étendre peu à peu cette même dissolution. Il en est autrement lorsque les gaz dissous sont le produit d'un courant voltaïque: leur répartition n'est point uniforme, le liquide près des électrolytes en est saturé, et cette saturation va, en décroissant, de ce point, jusqu'au milieu de l'auge, où l'on ne recueille plus de signe de la présence des gaz. Ainsi, la quantité d'oxygène dissous va, en croissant, du milieu de l'auge à l'électrolyte positif, et la quantité d'hydrogène va, en croissant également, du même point à l'électrolyte négatif. Il résulte de cette inégale distribution des gaz, qu'il suffit de plonger les bouts d'un rhéomètre dans un seul côté de l'auge, pour obtenir un courant, et que ce courant s'accroît en éloignant les extrémités du galvanomètre, parce qu'alors elles se trouvent plongées dans des portions du liquide plus dissemblables, et qu'il y a une plus grande somme d'actions chimiques interposées entre la portion la plus saturée et la portion la moins saturée dans lesquelles elles sont immergées.

» Les nouvelles expériences de M. Matteucci, et la pile à gaz de M. Grove,

ne me paraissent pas reposer sur d'autres principes que ceux qui résultent de la dissolution des gaz dans un liquide, et de leur dilution ultérieure, qui s'effectue de proche en proche. L'éponge de platine, qui condense les gaz avec une si puissante énergie, et qui ne les abandonne que peu à peu pendant la pénétration du liquide dans ses interstices, est très-propre à donner un courant qui ait quelque durée. »

CHIMIE. — *Sur un moyen de séparer le deutoxyde de cérium du deutoxyde de didymium.* Extrait d'une Lettre de M. L.-L. BONAPARTE.

« Je m'occupais depuis quelque temps de l'étude chimique de plusieurs valérianates métalliques, et de ceux de cérium en particulier, lorsque j'appris par les journaux scientifiques la découverte du didymium, faite par M. Mosander. J'ai été assez heureux pour trouver dans l'acide valérianique en solution concentrée un moyen pour séparer le deutoxyde de cérium à l'état de pureté du deutoxyde de didymium. En effet, l'acide valérianique jouit d'une affinité singulière et inattendue pour le deutoxyde de cérium, car il précipite abondamment une solution concentrée et neutre d'azotate mixte de deutoxyde de cérium et de didymium. Le précipité blanc jaunâtre n'est constitué que de valérianate de deutoxyde de cérium, et on n'a qu'à le bien laver et à le calciner à une forte chaleur rouge au contact de l'air pour avoir le deutoxyde pur de ce métal. Cet oxyde est d'un jaune très-pâle, comme celui de M. Mosander, qui cependant avoue n'avoir pas encore trouvé un moyen de séparation absolue pour les oxydes de cérium, de lanthane et de didymium.....

» L'oxyde de didymium reste dissous dans la liqueur acide de laquelle a été précipité le valérianate de deutoxyde de cérium. Une partie du cérium se trouve cependant mêlée au didymium, car les valérianates de ces deux métaux sont un peu solubles dans l'eau, et encore plus dans les liqueurs acides, surtout celui de didymium, qui est beaucoup plus soluble dans les acides faibles que celui de cérium. On peut cependant, par le moyen de l'acide valérianique, obtenir pur l'oxyde de didymium, quoique avec beaucoup plus de difficulté que celui de cérium. Dans un prochain Mémoire, que j'aurai l'honneur d'offrir à l'Académie, j'entrerai dans les détails nécessaires sur la séparation, la préparation et les propriétés de ces deux oxydes à l'état de pureté, tels que je les obtiens par l'acide valérianique.

» Je finirai par faire observer que, pour obtenir le valérianate de deutoxyde de cérium pur de l'azotate mixte de deutoxyde de cérium et de didymium, il faut précipiter ce sel par la solution aqueuse et concentrée d'acide

valérianique; si l'on faisait usage d'un valérianate soluble, on précipiterait aussi le didymium, qui est très-peu soluble à l'état de valérianate dans les liquides neutres. C'est donc à la grande solubilité du valérianate de didymium dans les liqueurs acides et à la moindre solubilité de celui de deutoxyde de cérium dans ces mêmes liquides, que je dois la préparation facile du deutoxyde de cérium à l'état de pureté. »

CHIMIE. — *Examen des eaux de Vichy après leur séjour dans les flacons qui servent à les transporter.*

M. Beaude écrit à l'occasion de certains bruits qui se sont propagés récemment relativement aux eaux de Vichy.

« Il était important, dit ce médecin, de s'assurer si ces bruits étaient fondés; si en réalité l'eau de Vichy livrée dans les dépôts contenait les sels de plomb que l'on prétend y avoir trouvés, et si le plomb avait été enlevé à la couverte des cruchons de grès dans lesquels les eaux sont contenues. Je me suis livré avec un soin minutieux à l'examen des eaux et de la matière de l'émail qui recouvre les cruchons, et j'ai constaté, d'une part, que l'eau de Vichy, conservée dans les cruchons pendant plus de neuf mois, ne donne aucune trace de plomb par l'hydrogène sulfuré, même lorsque cette eau a été concentrée par son ébullition dans les cruchons; de l'autre, que l'émail qui forme la couverte des cruchons ne contient aucune trace de plomb, ni même d'aucune substance métallique. »

M. Beaude entre dans le détail des expériences qui l'ont conduit à ces conclusions, et poursuit en ces termes :

« Il résulte évidemment des faits que je viens d'exposer que l'eau de Vichy n'est pas et ne peut pas être altérée par son séjour dans les cruchons; que ces cruchons sont un mode de conservation pour les eaux au moins égal à celui des bouteilles de verre, et qu'il est aussi exempt de dangers. . . .

» Un article publié il y a quelques jours dans le *Moniteur* annonce que MM. Payen et Péligot ont examiné l'eau de Vichy et la matière des cruchons, et qu'ils n'y ont trouvé aucune trace de plomb. Je suis heureux d'être arrivé aux mêmes conclusions que ces deux savants, dont on ne peut contester l'exactitude. J'ai fait remettre à M. Payen, afin qu'il puisse, s'il le juge convenable, les examiner, le cruchon enduit de l'émail non vitrifié, les fragments de celui qui a servi à mes expériences et une bouteille d'eau de Vichy puisée à la fin de 1841. La bouteille est en verre, et il sera facile de juger de l'analogie du dépôt qui se forme dans les bouteilles de verre et dans les cruchons de grès.

» La plupart de ces expériences ont été répétées en présence de mes collègues inspecteurs des eaux minérales à Paris et de M. Miahle, pharmacien et professeur agrégé à la Faculté de Médecine, qui ont pu juger de leur exactitude. »

M. **Payen**, à l'occasion de cette Lettre, annonce qu'ayant analysé, avec M. Schmersahl, l'émail non vitrifié de la bouteille en grès remise par M. Beaude, il ne s'y est pas trouvé la moindre trace de plomb. M. Payen ajoute que la présence même de l'oxyde de plomb dans l'émail d'une poterie n'aurait pas les inconvénients indiqués si, par exemple, cet oxyde y était à l'état de combinaison comme dans le cristal.

PHYSIOLOGIE. — *Influence de l'asphyxie sur la sécrétion de la bile.* — Extrait d'une Lettre de M. **Bouisson** à M. *Flourens*.

« L'asphyxie produit sur la sécrétion de la bile une influence qui m'a été démontrée par des expériences réitérées sur les animaux. Les médecins légistes avaient déjà constaté que, sur la plupart des sujets asphyxiés, le foie était le siége d'une congestion sanguine très-intense, mais leur attention ne s'était point portée sur les caractères que prenait la bile, bien qu'il fût naturel de penser que le produit de la sécrétion du foie devait se modifier sous l'influence de la congestion sanguine, quand cet état se prolongeait. La durée de la congestion est, en effet, comme je m'en suis assuré, nécessaire pour qu'il survienne une altération appréciable dans les caractères de la bile; sur les animaux que j'ai fait périr par une *asphyxie prompte,* les apparences de ce liquide n'ont présenté aucune modification sensible; mais il n'en a pas été de même de ceux qui ont été soumis à une *asphyxie lente;* leur bile a pris une coloration foncée ou sanguinolente très-manifeste, et sa quantité s'est notablement augmentée. Les moyens d'asphyxie que j'ai mis en usage ont consisté à placer des animaux sous la cloche d'une machine pneumatique dans laquelle un commencement de vide avait été opéré, et à les abandonner à eux-mêmes jusqu'à ce que l'air contenu dans la cloche fût suffisamment consommé ou vicié par l'acte respiratoire pour devenir impropre à la vie; sur d'autres animaux, les deux nerfs pneumo-gastriques ont été coupés. »

L'auteur, après avoir exposé les faits qu'il a observés dans six expériences, qui toutes ont donné des résultats concordants, en tire les conclusions dans les termes suivants :

« Ces divers résultats prouvent que l'*asphyxie lente,* en produisant

la congestion veineuse du foie, loin de diminuer la sécrétion biliaire, comme l'avait avancé Bichat, l'augmente au contraire notablement; que l'opinion d'après laquelle le sang veineux est considéré comme la source de la sécrétion de la bile, est fondée; qu'indépendamment de l'augmentation de la quantité de bile, celle-ci se modifie dans ses caractères, puisqu'elle prend une couleur foncée, sanguinolente, ou même noirâtre, et une plus grande consistance, apparences physiques qui appartiennent à la bile très-carbonée; que l'asphyxie lente, en produisant l'inaction graduelle du poumon, développe l'action supplémentaire du foie, et que l'impossibilité d'une exhalation suffisante de carbone par la surface pulmonaire est compensée par l'élimination du même corps au moyen de la bile. »

ZOOLOGIE. — *Nouvelle espèce de Seps supposée être le* Jaculus *des anciens.*

M. Guyon annonce qu'il est parvenu à se procurer vivant un reptile qui paraît être celui que les anciens ont désigné autrefois sous le nom de *Jaculus.* Cet animal est connu à la côte barbaresque sous le nom de *Zureïg,* qui veut dire le grisâtre (1). Les Arabes du pays disent qu'il fend l'air comme un dard, traversant d'outre en outre les corps qui peuvent se trouver sur son passage, même des troncs d'arbre. Les voyageurs modernes, sans admettre, comme on le pense bien, ce dernier trait, avaient reçu trop de renseignements sur le Zureïg pour ne pas considérer son existence comme certaine; mais aucun d'eux, sauf M. Desfontaines, n'avait eu occasion de le voir et de constater l'extrême rapidité de ses mouvements.

« Pendant que j'étais dans les montagnes de Tlemcen, dit le savant botaniste (*Voyage dans les régences de Tunis et d'Alger,* page 169), j'eus occasion de voir le serpent Zureïg, mais il me fut impossible de le saisir... J'en vis un qui se cacha sous une pierre; je la fis lever, et dans l'instant il sortit avec une vitesse étonnante et traversa un espace de douze à quinze pas sans que je pusse presque l'apercevoir... J'aurais été bien aise de le disséquer, pour connaître à quoi il faut attribuer dans un reptile cette vitesse prodigieuse, que j'avais jusqu'alors regardée comme une fable. »

M. Guyon est parvenu à se procurer un de ces reptiles, qui lui a été envoyé vivant des environs de Mascara, et dans lequel il a reconnu non un Ophidien, comme on avait lieu de le croire d'après le témoignage des anciens que n'infirmait point celui des modernes, mais un Saurien, un *Seps* à trois doigts

(1) Shaw écrit Zurreike, qu'il fait venir du verbe *zurak* (*jacio*); le mot exprimerait donc la même idée que le nom latin *jaculus* et le nom grec *acontias.*

aux pieds thoraciques comme aux pieds abdominaux. L'animal, dont la grosseur est celle du petit doigt, est long de 32 centimètres environ; son dos est d'une belle couleur de bronze; le ventre est d'un blanc grisâtre qui, au soleil, a des reflets d'azur. Il existe en Algérie une autre espèce qui pourrait être identique avec une des deux espèces connues dans notre Europe tempérée.

A son arrivée à Alger, où il avait été apporté dans un flacon bien bouché, l'animal était engourdi; mais bientôt il reprit sa vivacité. Il est maintenant depuis deux mois environ dans la possession de M. Guyon, qui ne l'a encore jamais vu saisir de proie, mais l'a vu boire tous les jours.

« On ne saurait, dit M. Guyon, se faire une idée de la rapidité des mouvements du Zureïg, si on n'en a pas été le témoin. Je parle de ses mouvements sur le sol ou de reptation. Son mouvement de projection ne doit pas être moins rapide, mais jusqu'à présent je n'ai pas eu l'occasion d'en être témoin. »

CHIRURGIE.—*Sur un procédé autoplastique destiné à remédier aux occlusions et à rétablir le cours de certains liquides, comme dans la grenouillette; par* M. **Jobert**, de Lamballe. (Extrait par l'auteur.)

« Frappé de la difficulté que les chirurgiens éprouvent à guérir les occlusions, et du retour fréquent de la maladie, M. Jobert a imaginé le procédé autoplastique suivant; il se divise en trois temps : le premier consiste à débrider les parties accollées, de manière à former deux plaies limitées chacune, en dedans par la muqueuse, en dehors par la peau. Dans le deuxième, on enlève, en dédolant sur le bord externe des deux plaies obtenues, une portion de peau mince et ovalaire destinée à agrandir les surfaces saignantes produites par le débridement. Au troisième appartient tout le procédé : une épingle, présentée à la muqueuse *de dedans en dehors*, traverse son bord libre; sa pointe, avançant toujours, passe au-dessus de la plaie, et, faisant décrire à l'autre extrémité un mouvement de bascule, vient s'implanter au bord externe de la plaie : alors elle pénètre de nouveau dans les chairs, mais *de dehors en dedans*, afin d'aller sortir par la muqueuse, à quelques millimètres du point par lequel elle y était primitivement entrée. Par suite de cette manœuvre, la plaie résultant des deux premiers temps de l'opération se trouve recouverte par la muqueuse, et les bords saignants de celle-ci et de la peau demeurent affrontés, pour être bientôt réunis par première intention. C'est ce qui a lieu surtout à l'aide des fils qu'on place sur les épingles ainsi disposées. On voit qu'ainsi les surfaces opposées n'ont plus de tendance à se réunir, et que la guérison est immédiatement solide et durable. En effet, la muqueuse n'a été

ni décollée, ni tirée violemment, mais doucement rapprochée, et substituée à la peau, munie encore de tous ses éléments de nutrition. Aussi n'est-elle point alors sujette à l'inflammation et à ses conséquences. Cette opération, déjà pratiquée pour une occlusion de la vulve et de la bouche, et pour une oblitération du conduit salivaire dans un cas de grenouillette, a été suivie d'un plein succès. »

PHYSIOLOGIE. — *Sur un cas d'arrêt de développement observé chez une fille, de trois à dix-huit ans.* — Lettre de M. **Dancel.**

« En 1837, j'eus l'honneur de donner connaissance à l'Académie des Sciences d'un cas d'arrêt de développement observé chez une fille de dix-huit ans et demi, née à Morville, département de la Manche, et qui, à l'époque où j'écrivais, n'était haute que de 94 centimètres. Le cas présentait cela de remarquable, que la jeune fille était née avec des dimensions normales, et qu'après avoir grandi jusqu'à l'âge de trois ans et demi, elle avait cessé tout d'un coup de croître, sans nulle altération dans la santé, sans aucun changement dans les habitudes. Son moral était également le même à dix-huit ans et demi qu'à trois ans et demi. Elle atteignit vingt et un ans en 1840; alors j'appris de son père qu'elle grandissait un peu, comme on s'en apercevait par ses habillements. J'allai la mesurer à la fin de l'année, et je la trouvai en effet haute de 96 centimètres, deux centimètres de plus qu'à l'âge de dix-huit ans; j'ai eu occasion de la voir dernièrement : elle a toujours cette taille et n'offre rien de nouveau à noter.

» Ainsi, à vingt et un ans il s'est opéré chez cette fille un petit mouvement de croissance qui n'a plus reparu depuis deux ans. »

M. G. Costa, en adressant les numéros qui ont paru du *Bulletin de l'Académie des Aspirants naturalistes,* de Naples, et un numéro du journal *il Lucifero,* dans lequel se trouve le compte rendu d'une séance de cette Académie, appelle l'attention sur un Mémoire de M. *A. Costa,* ayant pour objet l'examen comparatif des boucliers armés d'hameçons, découverts par M. de Quatrefages dans la Synapte de Duvernoy, et de ceux qu'il avait lui-même décrits dans un précédent Mémoire, comme appartenant à une espèce du golfe napolitain. Revenant sur son premier travail, M. A. Costa s'attache à prouver l'existence de ces boucliers calcaires, avec des formes d'ailleurs très-variables dans toutes les espèces du genre Holoturie de Linné. Le principal objet de son Mémoire paraît être, au reste, de démontrer :

» 1°. Que l'existence de Synaptes dans les mers d'Europe n'est pas un fait

nouveau pour la géographie zoologique, comme le croyait M. de Quatrefages;

» 2°. Qu'entre les boucliers à hameçons de la Synapte de Duvernoy et ceux de la Synapte napolitaine, il existe une notable différence;

» 3°. Que les hameçons sont attachés aux boucliers au moyen de cartilages et munis de deux grands faisceaux de fibres musculaires convergeant sous un angle peu aigu, qui servent à les élever. »

M. Costa, enfin, insiste sur les analogies entre les tubercules sans hameçons et sans plaques des Synaptes, et les boucliers fenêtrés qui couvrent le centre des pédicules des Holoturies qui en sont pourvues.

M. **Ofterdinger** prie l'Académie de hâter le travail de la Commission qui a été chargée de l'examen d'un Mémoire qu'il a présenté précédemment sur un *moyen propre à dévoiler la structure intime des organes*.

M. **Laignel** adresse une semblable demande relativement aux communications qu'il a faites sur des moyens qui lui paraissent propres à diminuer les *dangers des chemins de fer*, et dont quelques-uns, dit-il, ont été jugés à l'étranger dignes d'une récompense.

M. Laignel adresse de plus un paquet cacheté. L'Académie en accepte le dépôt.

L'Académie accepte également le dépôt d'un paquet cacheté présenté par M. **Perreaux**.

A 5 heures un quart l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 6 heures. F.

ERRATA. (Séance du 6 février 1843.)

Page 306, lignes 2 et 4, et 307, ligne 2, *au lieu de* $\frac{e^{kr} - e^{-kr}}{2}$, *lisez* $\frac{e^{kr} - e^{-kr}}{2kr}$.

(Séance du 24 avril.)

Page 896, ligne 32, *au lieu de* le second, *lisez* ce dernier.
Page 898, ligne 27, *au lieu de* Blanca ojo, Caliente, *lisez* Blanca, Ojo caliente.
Page 902, ligne 24, *au lieu de* Medina del Campo, *lisez* Medina.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans cette séance, les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences; 1er semestre 1843; n° 17; in-4°.

Description des Collections de V. JACQUEMONT ; — *Mammifères et Oiseaux; par* M. ISID. GEOFFROY-SAINT-HILAIRE; 1842-1843; in-4°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine; tome VIII, nos 13 et 14; in-8°.

Histoire naturelle de l'Homme; par M. PRICHARD ; traduit de l'anglais *par* M. ROULIN ; 2 vol. in-8°, avec planches.

Voyages de la Commission scientifique du Nord, en Scandinavie, en Laponie, au Spitzberg et aux Feroë, sous la direction de M. GAIMARD ; 8e livr. ; in folio.

Annales maritimes et coloniales; avril 1843; in-8°.

Anatomie et Physiologie du Système nerveux de l'homme et des animaux vertébrés; par M. LONGET ; 2 vol. in-8°.

Considérations générales sur les observations des variations de la Déclinaison magnétique; par M. BRAVAIS. (Extrait du *Voyage en Scandinavie, en Laponie, au Spitzberg et aux Feroë.*) In-8°.

De la Navigation transaltantique par la vapeur, examinée sous le point de vue commercial; par M. DE POSSON ; broch. in-8°.

Nouvelle Carte des environs de Paris; par M. V. RAULIN; une feuille grand-aigle.

Société royale et centrale d'Agriculture. — Bulletin des séances, compte rendu mensuel; par M. LECLERC THOUIN ; tome III, n° 5; in-8°.

Annales de la Société entomologique de France; 2e série, tome Ier, 1er trimestre de 1843; in-8°.

Traité pratique de l'Art de bâtir en béton; par M. F.-M. LEBRUN ; broch. in-4°.

Histoire des Mollusques terrestres et fluviatiles vivant dans les Pyrénées occidentales; par M. MERMET. (Extrait du *Bulletin de la Société des Sciences, Lettres et Arts de Pau.*) In-8°.

Annales scientifiques, littéraires et industrielles de l'Auvergne; tome XV, juillet et août 1842; in-8°.

Annales de la Propagation de la Foi; mai 1843; in-8°.

Rapport présenté à la Cour royale de Bourges, par MM. D'HARANGUIER DE

QUINCEROT, VAUQUELIN, FABRE *et* DUBOIS, *sur les expériences ordonnées pour déterminer l'effet utile de la Turbine Passot;* in-4°.

Journal de Chimie médicale, de Pharmacie, de Toxicologie; mai 1843; in-8°.

Recueil de la Société Polytechnique; mars 1843; in-8°.

LAURENT GIORDANO *devant le Tribunal de l'opinion publique;* broch. in-4°.

Bulletin général de Thérapeutique médicale et chirurgicale; 15 et 30 avril 1843; in-8°.

Journal de la Société de Médecine pratique de Montpellier; mai 1843; in-8°.

Journal d'Agriculture pratique; avril 1843; in-8°.

Journal des Connaissances utiles; avril 1843; in-8°.

Encyclographie médicale; avril 1843.

La Clinique vétérinaire; mai 1843; in-8°.

Bulletin bibliographique des Sciences médicales; janvier, février et mars 1843; in-8°.

Journal des Connaissances médico-chirurgicales; mai 1843; n° 5; in-8°.

Annales de Thérapeutique médicale et chirurgicale, et de Toxicologie; par M. ROGNETTA; n° 2; in-8°.

Gazette médicale de Dijon et de la Côte-d'Or; avril et mai 1843; in-8°.

Considérations géologiques sur le mont Salève et sur les terrains tertiaires des environs de Genève; par M. A. FAVRE; in-8°.

Nomenclator zoologicus, continens nomina systematica generum animalium tam viventium quam fossilium, fasciculus III, continens Hemiptera, Polygastrica et Rotatoria; auctore L. AGASSIZ; Soloduri, 1843; in-4°.

De fide uranometriæ Bayeri, Dissertatio academica; scripsit F.-G.-A. ARGELANDER. Bonnæ, 1842; in-4°.

The Edinburgh... *Nouveau journal philosophique d'Édimbourg; par* M. JAMESSON; janvier à avril 1843; in-8°.

Bericht über... *Analyse des Mémoires lus à l'Académie des Sciences de Berlin, et destinés à la publication;* janvier 1843; in-8°.

Astronomische... *Nouvelles astronomiques de* M. SCHUMACHER; n°s 475 et 476; in-8°.

Bericht über... *Rapport sur les travaux relatifs à la Physiologie pendant l'année* 1841; *par* M. R. REMAK; Berlin, in-8°.

Revista... *Revue ligurienne, Journal des Sciences, des Lettres et des Arts;* 1re année, tome Ier, 1re livr.; Genève, 1843; in-8°.

Annali... *Annales de l'Académie des Aspirants naturalistes de Naples;* tome Ier, fascicules 1 et 2; Naples, 1843; in-8°.

Bulletino... *Bulletin de l'Académie des Aspirants naturalistes de Naples;* 1re année, 5e à dater de sa fondation; in-8°, nos 1 et 2.

Esposizione... *Exposition sommaire des observations recueillies durant l'année* 1842, *relativement au développement et à l'apparition successive des insectes dans les environs de Naples; par* M. Costa; Naples; in-8°.

Soluzione... *Réponse aux questions posées par l'Académie de Médecine de Paris, relativement à la Variole et à la Vaccine; par* M. Pertile; broch. in-8°.

Gazette médicale de Paris; t. II, nos 17 et 18.

Gazette des Hôpitaux; t. V, nos 49 à 53.

L'Écho du Monde savant; nos 31 à 34; in-4°.

L'Expérience; nos 304 et 305.

L'Examinateur médical; t. III, n° 21.

Bulletino..., Bulletin de l'Académie des Agrarnes ... de Naples, ... année, ... depuis de sa fondation, 1823, ... 1.

Esposizione ..., Exposition sommaire des diverses ... et ... de ... relative aux ... développement et l'application ... dans les ... de Naples, par M. ..., Naples, 1827.

Schiarimenti ..., Réponse aux reproches ... par l'Académie ... relativement à la ... et à la ..., par M. ..., Naples, 1829.

Gazette médicale de Paris, t. II, n° 19, 21, 28.

Journal des Hôpitaux, t. V, n° 49 à 51.

L'Écho du Monde savant, n° 51, à 56, ...

L'Esperimento, n° 3 ... et ...

Il Conciliatore medico, t. III, n° 21.